www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

JAARGANG 21, 1959, no. 1 blz. 1-40 Verschenen 6 mei 1959

Philips Technisch Tijdschrift

BEHANDELEND TECHNISCHE VRAAGSTUKKEN
SAMENHANGENDE MET DE PRODUKTEN, WERKWIJZEN EN ONDERZOEKINGEN
VAN DE N.V. PHILIPS' GLOEILAMPENFABRIEKEN

14234

EEN SERIE IMPULSMAGNETRONS MET L-KATODE VOOR CENTIMETER- EN MILLIMETER-GOLVEN

door J. VERWEEL en G. H. PLANTINGA. 621.385.64.029.64:621.3.032.2

In de oorlogsjaren heeft de ontwikkeling van het magnetron een grote vlucht genomen. Het vermogen werd opgevoerd van enkele tientallen watts tot honderden kilowatts, en de golflengte van praktisch bruikbare buizen werd verkleind van omstreeks 20 cm tot 1 cm. In de jaren daarna is de vooruitgang wat minder spectaculair geweest, maar dat de techniek op dit gebied toch niet geheel heeft stilgestaan, blijkt o.a. uit het onderhavige artikel, dat een serie magnetrons beschrijft voor resp. ongeveer 32, 12, 8 en 4 mm golflengte.

Inleiding

In de laatste tijd is de ontwikkeling van magnetrons in hoofdzaak op de volgende punten gericht [1]):

1) Het produceren van impulsen van groot vermogen.
2) Het bereiken van een zo klein mogelijke golflengte.
3) Het afstembaar maken resp. het vergroten van het afstemgebied.
4) Het verkrijgen van een groot continu vermogen met een zo groot mogelijk rendement.

Bij 1) en 2) denkt men in hoofdzaak aan magnetrons voor radar. Bij een kleinere golflengte en dezelfde afmetingen van de antenne wordt de teruggontvangen fractie van het zendvermogen groter en de bundel smaller. Het beeld wordt daardoor scherper en men kan de vorm van de voorwerpen beter onderscheiden, hetgeen van belang is voor radar op korte afstand, b.v. vliegveld- of havenradar. Binnenkort zal in dit tijdschrift een dergelijke radarapparatuur worden beschreven, die is uitgerust met een 8 mm-magnetron.

Het punt 4) kan van belang zijn voor de toepassing van kortegolftherapie en voor de zg. elektronische fornuizen. In de laatste worden gerechten in zeer korte tijd gekookt of verwarmd door straling van gewoonlijk omstreeks 12 cm golflengte. Beide toepassingen berusten op de grote diëlektrische verliezen in water, in dat frequentiegebied.

In dit artikel wordt uitsluitend aandacht gewijd aan de punten 1) en 2). Wij zullen een serie experimentele magnetrons beschrijven voor resp. ongeveer 32, 12, 8 en 4 mm golflengte, die in het Philipslaboratorium te Eindhoven zijn ontwikkeld. Het maximale impuls- of piekvermogen van deze buizen is, in ronde getallen, respectievelijk 1100, 70, 80 en 40 kW. Bij het 32 mm-magnetron is de nadruk gelegd op het verkrijgen van een groot piekvermogen en eveneens een groot gemiddeld vermogen. De andere magnetrons kan men beschouwen als schreden op de weg naar een zo hoog mogelijke frequentie. Alle buizen zijn voorzien van een L-katode; het blijkt dat hiermee goede resultaten kunnen worden verkregen. In *fig. 1* zijn de genoemde vier buizen met enkele losse onderdelen naast elkaar afgebeeld, van links naar rechts met afnemende golflengte.

Fig. 2 toont een aantal buizen gemonteerd in de bijbehorende permanente magneet, van links naar rechts resp. het 12, het 8 en het 4 mm-magnetron. (Voor het 32 mm-magnetron is geen speciale permanente magneet ontwikkeld.)

[1]) Voor een oriëntatie over magnetrons zie b.v. J. Verweel, Philips techn. T. **14**, 50-64, 1952. Een uitvoerige verhandeling is: G. B. Collins, Microwave magnetrons, Radiation Laboratory Series no. 6, McGraw-Hill, New York 1948.

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

Bij het ontwerpen van magnetrons voor steeds hogere frequenties kan men met voordeel een zg. modelwet toepassen. Deze modelwet zal hieronder worden besproken. Vervolgens zal de constructie van de diverse buizen worden behandeld, met de daarbij behorende technologische problemen, en ten slotte zullen de karakteristieken onderling en in samenhang met de modelwet worden vergeleken.

De modelwet

De berekening van de parameters van een magnetron dat aan bepaalde eisen moet voldoen, is in het algemeen vrijwel ondoenlijk door de gecompliceerdheid van het probleem. Bij gegeven afmetingen en golflengte volgt uit de theorie (zie [1])) een minimumvoorwaarde voor het magneetveld B, benevens een bij benadering lineaire betrekking tussen B en de anodespanning V_a. Het ontwerp wordt in eerste instantie vooral bepaald door ervaring en door analyse van de resultaten van bestaande magnetrons. Met behulp van de karakteristieken van een serie proefbuizen kunnen dan wijzigingen worden aangebracht, totdat een zo gunstig mogelijk definitief ontwerp is verkregen.

Daarnaast echter is er, speciaal voor het geval dat de golflengte wordt gevarieerd, de genoemde modelwet, die een directe mogelijkheid tot een nieuw ontwerp geeft. Deze wet zegt het volgende. Stel dat een gegeven magnetron bij een gegeven anodestroom I_a en anodespanning V_a het magneetveld B nodig heeft en hierbij een bepaald vermogen levert met een golflengte λ. Als we nu een nieuw magnetron construeren waarvan alle lineaire afmetingen p maal zo groot zijn, dan zal dit magnetron bij dezelfde stroom en spanning hetzelfde vermogen geven met de golflengte $p\lambda$, en hiervoor is een magneetveld van de grootte B/p vereist. De wet geldt slechts exact indien het specifieke geleidingsvermogen op een bepaalde plaats in het nieuwe magnetron $1/p$ maal zo groot is als het specifieke geleidingsvermogen op de overeenkomstige plaats in het oude magnetron, en indien hetzelfde geldt voor de elektrische veldsterkte aan de katode.

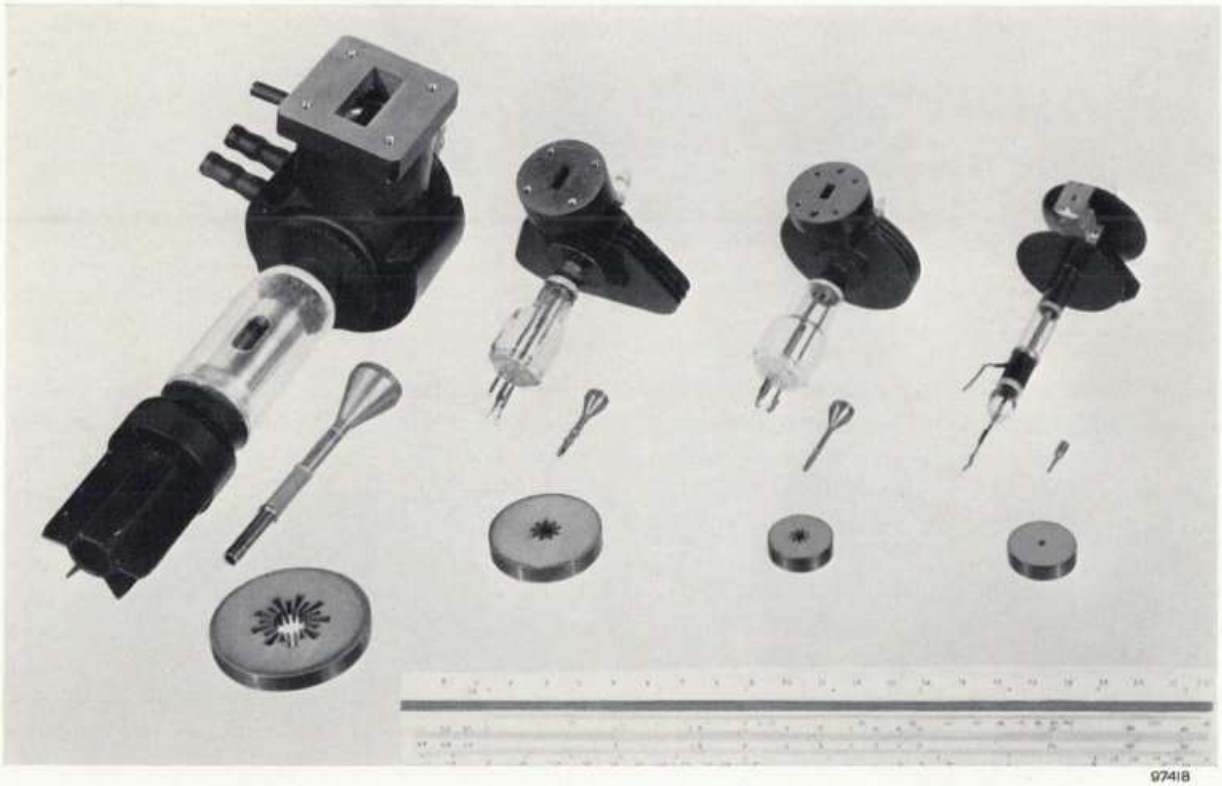
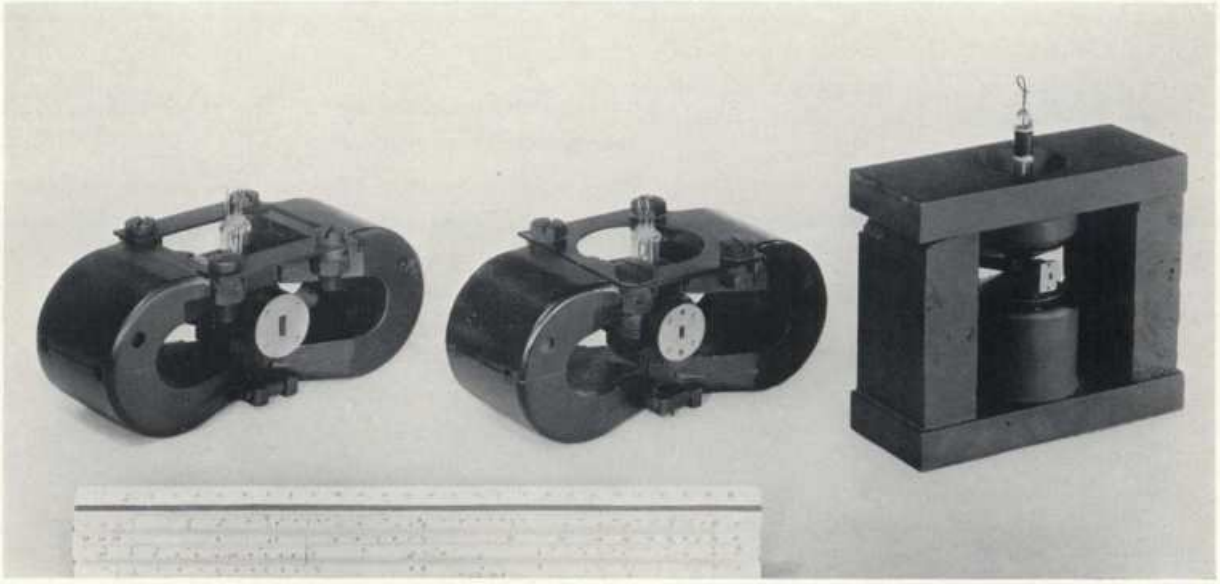


Fig. 1. De vier behandelde magnetrons met enkele onderdelen; van links naar rechts resp. voor ongeveer 32, 12, 8 en 4 mm golflengte. Van beneden naar boven: de anodestructuren (nog niet op de juiste diameter en hoogte afgedraaid), de katodes en de buizen in afgesmolten toestand.

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023



9741Q

Fig. 2. Van links naar rechts: de magnetrons voor resp. 12, 8 en 4 mm golflengte, gemonteerd in de bijbehorende permanente magneet.

De modelwet kan als volgt worden afgeleid. De ladingen, stromen en velden in een magnetron kunnen theoretisch worden gevonden met behulp van de vergelijkingen van Maxwell (voor het vacuüm en voor de geleiders) en de bewegingsvergelijkingen van een elektron:

$$\left.\begin{aligned} \operatorname{rot}\frac{\mathbf{B}}{\mu_0} &= \mathbf{S} + \varepsilon_0\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}\\ \operatorname{rot}\mathbf{E} &= -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}\\ \operatorname{div}\mathbf{E} &= \varrho/\varepsilon_0\\ \operatorname{div}\mathbf{B} &= 0\\ m\frac{\mathrm{d}\mathbf{v}}{\mathrm{d}t} &= e\mathbf{E} + e[\mathbf{v}\times\mathbf{B}]\\ \mathbf{S} &= \sigma\mathbf{E} \text{ in de geleiders}\\ \mathbf{S} &= \varrho\mathbf{v} \text{ in het vacuüm.} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (1)$$

Hierin is **E** de elektrische veldsterkte, **B** de magnetische inductie, **S** de stroomdichtheid, ϱ de ladingsdichtheid, **v** de snelheid van een elektron (lading e, massa m) en σ het geleidingsvermogen ($\mu_0 = 4\pi\times10^{-7}$ H/m en $\varepsilon_0 = 10^{-9}/36\pi$ F/m). De randvoorwaarden worden gegeven door de geometrie en het geleidingsvermogen van de elektrodes, de anodespanning en -stroom, het constante axiale magneetveld en het elektrische veld aan de katode, dat de emissiekarakteristiek bepaalt.

We denken ons twee magnetrons *1* en *2*; alle afmetingen van *2* zijn een factor p groter dan de afmetingen van *1*. Indien bij *1* een coördinatensysteem (x_1, y_1, z_1) en bij *2* een coördinatensysteem (x_2, y_2, z_2) zijn gegeven, beide met de oorsprong in het centrum van het magnetron, dan kunnen overeenkomstige punten worden gedefinieerd door:

$$x_2 = px_1, \qquad y_2 = py_1, \qquad z_2 = pz_1.$$

We definiëren bovendien als overeenkomende tijden:

$$t_2 = pt_1.$$

Stel dat alle elektromagnetische grootheden van *1* bekend zijn; we geven deze de index 1. Wanneer we deze grootheden in magnetron *2* de index 2 geven en op overeenkomstige plaatsen stellen:

$$\mathbf{E}_2 = \frac{\mathbf{E}_1}{p}; \qquad \mathbf{B}_2 = \frac{\mathbf{B}_1}{p}; \qquad \mathbf{S}_2 = \frac{\mathbf{S}_1}{p^2};$$

$$\varrho_2 = \frac{\varrho_1}{p^2}; \qquad \mathbf{v}_2 = \mathbf{v}_1; \qquad \sigma_2 = \frac{\sigma_1}{p},$$

dan voldoen deze grootheden aan de vergelijkingen (1) voor het magnetron *2*. Men ziet dit onmiddellijk als men bedenkt dat de operatoren rot en div combinaties zijn van eerste afgeleiden naar de coördinaten. Bij voorbeeld is

$$\frac{\partial \mathbf{B}_2}{\partial x_2} = \frac{\partial(\mathbf{B}_1/p)}{\partial p x_1} = \frac{1}{p^2}\frac{\partial \mathbf{B}_1}{\partial x_1}, \quad \text{enz.}$$

Op dezelfde wijze vindt men dat de potentialen, de stromen en de Poynting-vector in beide magnetrons dezelfde zijn.

Bij de gegeven randvoorwaarden vormen de grootheden met index 2 dus de oplossing voor magnetron *2*, waarbij het afgegeven vermogen hetzelfde is. Aangezien overeenkomstige tijden bij magnetron *2*, zoals hierboven werd gedefinieerd, p maal zo groot zijn als bij magnetron *1*, is de frequentie van de opgewekte trillingen $1/p$ maal zo groot.

Met behulp van deze modelwet zou b.v., indien een 3 cm-magnetron voor het gewenste vermogen bekend is, een 6 mm-magnetron kunnen worden geconstrueerd door alle maten vijf maal te verkleinen en het magneetveld te vervijfvoudigen. De toepassing van de modelwet kan echter de volgende moeilijkheden opleveren.

1) Het zal in het algemeen niet mogelijk zijn om bij het gaan naar hogere frequenties het geleidingsvermogen overeenkomstig te vergroten: door het huideffect neemt het effectieve geleidingsvermogen juist *af* met toenemende frequentie. De vraag is dan in hoeverre de werkelijkheid beschreven kan worden met het toekennen van een oneindig groot geleidingsvermogen aan beide magnetronsystemen — in welk geval weer aan de modelwet voldaan is. Wat betreft de invloed op het veldpatroon, dat de elektronenbeweging bepaalt, kan de weerstand van de geleiders gewoonlijk wel verwaarloosd worden.

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

Dit is echter uiteraard niet het geval voor het energieverlies ten gevolge van de hoogfrequente stromen in de buis: er zal bij het kleinere magnetron een groter deel van het door de elektronenbundel geleverde hoogfrequentievermogen nodig zijn om de oscillaties in de buis in stand te houden. We komen hierop terug bij de vergelijking van de resultaten.

2) De magnetische inductie moet volgens de modelwet evenredig met de frequentie toenemen. Zolang de magnetische inductie aanzienlijk kleiner is dan de verzadigingsinductie van magnetische materialen, is dit geen bezwaar, omdat ook de magnetische luchtspleet kleiner wordt. De lengte van het vereiste magnetische materiaal blijft dan in eerste benadering dezelfde. Wanneer de inductie echter in de buurt komt van deze verzadigingsinductie, zullen de moeilijkheden van het ontwerpen van de magneet snel prohibitief worden.

3) Aangezien de stroom gelijk blijft, moet de stroomdichtheid evenredig met het kwadraat van de frequentie toenemen. Het kan dan gebeuren dat in het oorspronkelijke magnetron de katode-emissie nog door de ruimtelading wordt begrensd, terwijl deze in het verkleinde magnetron reeds verzadigd moet zijn (of evtl. zelfs door een bijdrage van secundaire emissie tot de vereiste waarde moet worden aangevuld, zie verderop). De elektrische velden aan de katode kunnen voor de twee gevallen niet aan de voorwaarde voldoen die door de modelwet wordt gesteld, deze wet is dan dus niet streng toe te passen. Bij steeds verder verkleinen zal men aan een grens van de stroom komen, die een wijziging van het ontwerp nodig maakt.

4) De spanning blijft bij verkleinen gelijk, hetgeen wil zeggen dat de elektrische veldsterkte toeneemt. Het gevaar van elektrische doorslag moet bij een verkleining worden onderzocht.

5) De eisen die gesteld worden aan de stevigheid en aan de toleranties in de afmetingen, kunnen bij de uitvoering van een verkleind model moeilijkheden geven.

6) Aangezien het vermogen gelijk blijft, neemt de dissipatie per oppervlakte-eenheid bij verkleinen sterk toe. In bepaalde gevallen zal dit een bewerkelijker koelsysteem vereisen. Daarnaast bestaat bij impulsmagnetrons altijd de mogelijkheid om het gemiddelde vermogen te verkleinen, door het toepassen van kortere impulsen of een lagere herhalingsfrequentie van de impulsen.

Uit het voorgaande blijkt dat, om tot een verantwoord ontwerp te komen, bepaalde afmetingen soms zullen moeten afwijken van hetgeen wordt gevonden door het op schaal verkleinen van een bestaande buis. We zullen hiervan voorbeelden tegenkomen.

Algemene constructie van de serie en enkele technologische bijzonderheden

De constructie zal worden toegelicht met behulp van het opengezaagde 32 mm-magnetron dat in *fig. 3* afgebeeld is. Het centrale gedeelte is het anodeblok *a*; de andere onderdelen vormen hierop uitsteeksels volgens twee onderling loodrechte assen.

Het anodeblok wordt vervaardigd uit een massief koperen cilinder, waarin door middel van een stalen stempel de 9 kleine en de 9 grote sectorvormige trilholten (tezamen het zg. „rising-sun" systeem vormend) worden gedrukt. Deze bewerking heet hobben [2]). De 18 trilholten zijn in hoofdzaak via de ruimte tussen katode en anode met elkaar gekoppeld en vormen een resonerend systeem met een aantal eigen trillingen. Men gebruikt in de praktijk die trillingswijze waarbij naast elkaar liggende trilholten in tegenfaze zijn („π-mode"); de frequentie hiervan wordt door de diverse afmetingen bepaald. Na het hobben worden cilindervormige verdiepingen aangebracht, waar de andere onderdelen straks in moeten passen. Dit zijn allereerst de beide ijzeren deksels *b* en *c*, die tot dicht bij de trilholten vooruitsteken, zodat de luchtspleet voor het axiale magneetveld zo klein mogelijk is. De deksels hebben gaten, waardoor de katode wordt gestoken, en zijn verder voorzien van ringen *d* en *e* van fernico, een legering waaraan hard glas kan worden gesmolten. De aan *d* gesmolten glazen ring dient voor de isolatie tussen katode en anode, en het aan *e* gesmolten buisje fungeert als pompstengel voor het leegpompen van de buis.

De katode *k* is een L-katode, die een poreuze wolfraamcilinder bevat van dezelfde hoogte als het anodesysteem. Aan de einden heeft deze cilinder verhoogde randen, die verhinderen dat er elektronen in axiale richting naar de deksels worden gezogen, hetgeen zeer schadelijk zou zijn voor de werking van de buis. In het inwendige van de katodecilinder is een spiraalvormige gloeidraad aangebracht; de stroomtoevoer hiervoor wordt bij *f* door het glas geleid.

Loodrecht op de as van katode en poolschoenen worden de onderdelen aangebracht die dienen voor het transporteren van de hoogfrequentie-energie. Het anodesysteem wordt hier zover uitgefreesd dat de achterwand van één van de trilholten wordt verwijderd. Hiertegen past een koperen schijf,

[2]) Voor nadere gegevens over dit procédé, zie G. B. Collins, loc. cit., blz. 654-661.

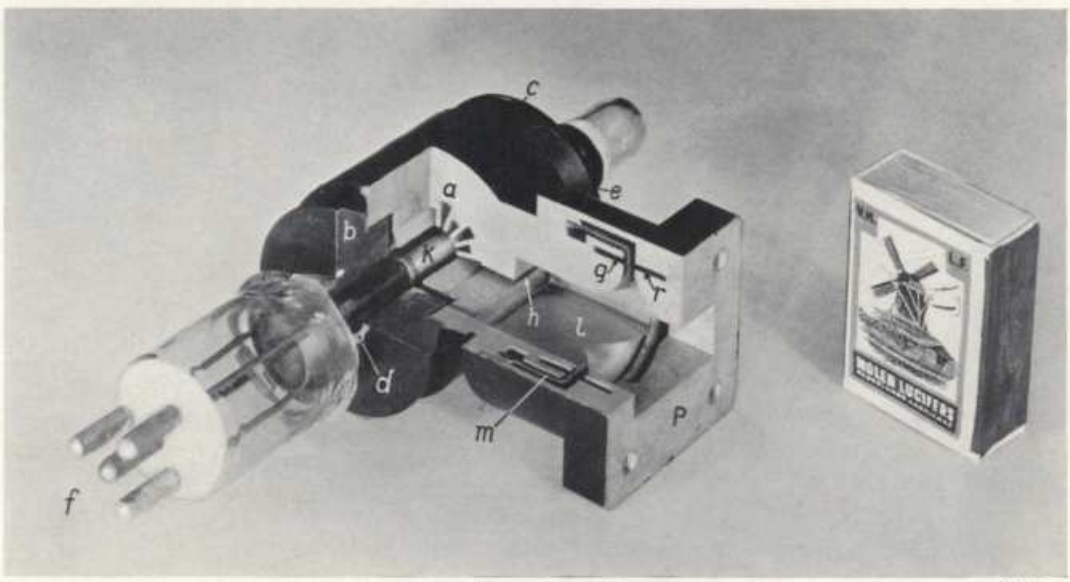
Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

waarin een spleet h is uitgespaard, de zg. transformatorspleet. Deze spleet verbindt de trilholte met de golfgeleider die door het onderdeel l wordt gevormd. Daarachter wordt de buis luchtdicht afgesloten door een rond venster, dat in de fernicodop m is bevestigd. (Het venster is in fig. 3 niet aanwezig.) Ten slotte wordt de verbinding met de golfgeleider die de energie naar de antenne zal transporteren, tot stand gebracht door de messing aansluitflens p.

Met behulp van de transformatorspleet h kan de belasting, die de antenne op het anodesysteem vormt, worden ingesteld. Bij het vergroten van de belasting neemt het rendement van de buis toe, maar bij een zekere kritische belasting wordt de werking van het magnetron instabiel. Verder zal door variaties van de impedantie van de antenne, zoals die b.v. bij een draaiende antenne optreden, een verandering van de oscillatiefrequentie ontstaan, die groter is bij een grotere belasting. Meestal wordt geëist dat bij een reflexiecoëfficiënt van 0,2 de maximale frequentieverandering, het zg. meesleepgetal (Engels: pulling figure), beneden een bepaalde waarde blijft. Hierbij geeft men dan iets van het rendement prijs. De vereiste maten van de transformatorspleet kunnen gedeeltelijk door berekening, gedeeltelijk door het experiment worden bepaald.

Het venster moet worden gemaakt van een glassoort met voldoend geringe hoogfrequentieverliezen, zodat het bij de gegeven frequentie en het gegeven gemiddelde vermogen niet doorsmelt. Bij een groot gemiddeld vermogen kan eventueel versterkte luchtkoeling worden toegepast. In fig. 3 is te zien dat de golfgeleider bij het venster trompetvormig is verwijd. Hierdoor wordt de warmteontwikkeling per cm² vensteroppervlakte verminderd. Door het grotere venster vermindert ook het gevaar dat over het venster een overslag optreedt door de aanzienlijke hoogfrequente veldsterkten. Bij een overslag zou het venster gemakkelijk kunnen worden beschadigd. De cilindervormige spleten q en r in de onderdelen l en p dienen om het weglekken van energie langs het venster en de fernicodop te voorkomen; zij werken bij deze frequentie als smoorspoelen.



97420

Fig. 3. Opengezaagd 32 mm-magnetron met de volgende onderdelen: a anodeblok; b en c ijzeren deksels, tevens poolschoenen; d en e ringen van fernico voor het aansmelten van hard glas; k katode; f aansluitingen voor katode en gloeidraad (uitgevoerd volgens fig. 4a); h transformatorspleet in koperen schijf; l golfgeleider; m fernicodop met gat voor glazen venster; p messing aansluitflens; q en r spleten die als smoorspoelen fungeren.

Het in elkaar zetten van de buis geschiedt als volgt. De verschillende metalen onderdelen worden aan elkaar gesoldeerd, waarbij door hoogfrequentieverhitting de gewenste temperatuur wordt bereikt. Dit geschiedt in een reducerende atmosfeer, zodat de onderdelen volkomen schoon blijven. Na het solderen wordt het glas aan de fernico-onderdelen gesmolten en wordt de buis, nog zonder katode, geëvacueerd en op lekken onderzocht. Als dit onder-

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

zoek gunstig uitvalt, wordt de buis weer geopend en wordt de katode ingesmolten, waarbij mallen voor een goede centrering zorgen. De buis kan dan gepompt en ontgast worden, waarna de katode wordt geformeerd. Na het afsmelten worden ten slotte de koelmantel (in fig. 3 niet aanwezig) en de aansluitflens *p* met tinsoldeer bevestigd. Het magnetron kan dan tussen de poolschoenen van een geschikte magneet worden gemonteerd.

Enkele speciale constructies

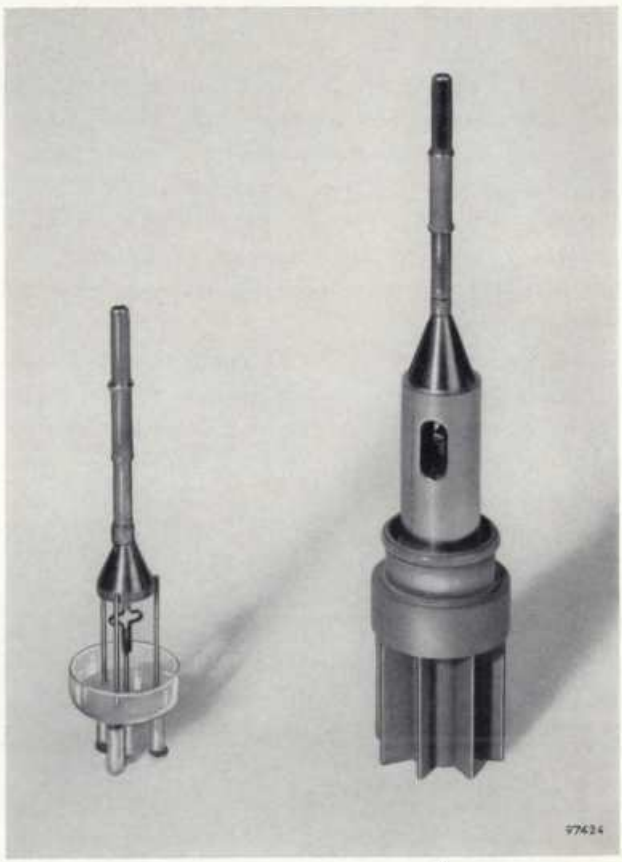
Wat in het voorgaande behandeld is, is op iedere buis van de beschreven serie van toepassing. Nu komen enkele speciale constructieproblemen ter sprake die zich bij de afzonderlijke magnetrons voordeden.

Groot vermogen

Bij het 32 mm-magnetron is gestreefd naar het opvoeren van zowel het piekvermogen als het gemiddelde vermogen. Hierbij is een piekvermogen van omstreeks 1100 kW bereikt bij een gemiddeld vermogen van 900 W. Het piekvermogen neemt toe met de anodestroom en de anodespanning; hierbij neemt ook het vereiste magneetveld toe. De theoretische grenzen van stroom en spanning zijn moeilijk aan te geven; in de praktijk blijkt echter dat ieder magnetron bij opvoeren van stroom en spanning ten slotte instabiel wordt en weigert met een redelijk rendement te oscilleren. Het maximale vermogen is o.a. afhankelijk van de afmetingen van de grote en kleine trilholten; deze moeten empirisch zo gunstig mogelijk worden gekozen.

Een groot gemiddeld vermogen vereist in hoofdzaak een goede afvoer van het verliesvermogen. Dit is bij dit magnetron van dezelfde orde van grootte als het nuttige vermogen en wordt gedissipeerd in de anode, de katode en het venster. De koperen anode transporteert de warmte gemakkelijk naar buiten, en door het aanbrengen van een waterkoeling is hier een goede afvoer van vele honderden watts verzekerd. Het venster blijkt zonder speciale maatregelen te bezwijken bij een nuttig vermogen van omstreeks 500 W; er worden dan enkele watts in gedissipeerd. Door tegen het venster een luchtstroom te doen blazen (zoals reeds werd vermeld), kan het in voldoende mate gekoeld worden.

De dissipatie in de katode geeft de grootste moeilijkheid. Deze wordt veroorzaakt door het bombardement van die elektronen die in de ontladingsruimte energie uit het hoogfrequente veld opnemen (terugbombardement). Zolang deze dissipatie kleiner is dan het voor de katode nodige gloeivermogen, kan



a *b*

Fig. 4. Katodes voor het 32 mm-magnetron. Het model *a* heeft een warmteafvoer van 90 W, bij model *b* is deze opgevoerd tot 120 W.

men door verminderen van de gloeistroom de katodetemperatuur constant houden. Wanneer echter het vermogen afkomstig van het terugbombardement groter wordt dan het normale gloeivermogen, wordt de katodetemperatuur hoger dan normaal. Daardoor worden de gebruikte materialen gemakkelijker aangetast en de levensduur wordt verkort. Om de katodetemperatuur binnen redelijke grenzen te houden, is in de eerste plaats de lengte van het emitterende gedeelte (en dus de anodehoogte) zo groot gekozen als mogelijk is zonder ongewenste trillingswijzen in het anodesysteem te doen ontstaan. Door een langer systeem wordt de katodedissipatie per cm² kleiner. Bovendien is de warmteafvoer van de katode zo groot mogelijk gemaakt — in lijnrechte tegenstelling met wat men bij de katode van andere buizen doet. De afvoer kan in de eerste plaats door geleiding worden vergroot. Men zal daartoe voor de katodeophanging en -doorvoering meer massieve en beter geleidende materialen gebruiken. Daarnaast kan geprobeerd worden de straling, die vooral voor het heetste gedeelte aanzienlijk is, te vergroten. Dit is bij deze katode gebeurd door de poreuze wolfraamcilinder zo ruw mogelijk te laten. In *fig. 4* zijn naast elkaar afgebeeld een katode

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

a waarbij geen bijzondere zorg aan de warmteafvoer is besteed, en een katode *b* waarbij deze afvoer zo groot mogelijk is gemaakt. Bij een temperatuur van het emitterende gedeelte van 1200 °C was de warmteafvoer 90 W voor katode *a* en 120 W voor katode *b*. Dit laatste is de normale katodedissipatie voor deze buis bij 900 W gemiddeld vermogen. Hiermee is voor de gegeven afmetingen van het emitterende gedeelte de maximaal mogelijke warmteafvoer wel ongeveer bereikt.

Bij deze grote waarden van het gemiddelde vermogen is de L-katode duidelijk in het voordeel tegenover de oxydekatode, door de hogere temperatuur die de L-katode voor de normale emissie nodig heeft. Bovendien is het werken bij een temperatuur die hoger is dan de normale werktemperatuur, voor een L-katode veel minder nadelig dan voor een oxydekatode.

Hoge frequenties

Wij zullen enkele moeilijkheden die bij het steeds verder verkleinen van de afmetingen optreden, bespreken voor het kleinste magnetron van de serie, het 4 mm-magnetron. Het anodegat is hierbij 1,4 mm in diameter. Daaromheen zijn 18 trilholten gegroepeerd, die gescheiden zijn door koperen tussenschotten van 0,14 mm dik; een constructie, in vergelijking waarmee het inwendige van vele polshorloges bepaald grof aandoet. Het slijpen van een hobstempel voor een dergelijk miniatuursysteem is uiteraard geen sinecure. Zonder hier verder op in te gaan, zij vermeld dat b.v. het op constante temperatuur houden van het te bewerken materiaal, het support en de slijpinrichting van het grootste belang is. Met een goede stempel kunnen vele tientallen anodesystemen gehobd worden.

De katode, die in *fig. 5* is geschetst, heeft een emitterend gedeelte van 0,8 mm diameter. De grootste moeilijkheid was hier de centrering van de katode in het anodegat, aangezien de afstand tussen katode en anode slechts 0,3 mm bedraagt. Ook al is de katode zeer nauwkeurig met mallen op de juiste plaats ingesmolten, toch behoeft er bij de afkoeling na het insmelten slechts weinig deformatie door de spanning in het glas en in de katodeonderdelen te ontstaan om een ontoelaatbare excentriciteit te veroorzaken. Het is gebleken dat hierdoor inderdaad veel uitval voorkomt. Daarom is een speciale constructie toegepast, die met behulp van fig. 5 kan worden toegelicht. Het anodeblok *a* met de deksels *b* en *c* is via de glazen cilinder *d* met de katodeaansluiting *e* verbonden. Dit gedeelte wordt vooraf klaargemaakt, waarbij het gat in *e* zo nauwkeurig mogelijk gecentreerd wordt met het anodegat. Vervolgens wordt de katode *k* van achteren ingebracht en met een mal in het anodesysteem gecentreerd. Tussen de katode en het onderdeel *e* is een kleine speling, die dit mogelijk maakt. Daarna worden deze onderdelen bij *g* aan elkaar gesoldeerd. Bij het solderen treedt in de regel veel minder deformatie op dan bij het insmelten, en met deze methode kunnen dan ook goede resultaten worden bereikt. Als laatste bewerking wordt bij deze constructie de gloeidraadpen *f* ingesmolten.

De stroomdichtheid aan het katodeoppervlak bedraagt bij het 4 mm-magnetron omstreeks 200 A/cm². Dit is aanzienlijk meer dan de verzadigingsemissie die bij redelijke katodetemperaturen mogelijk is; het ontbrekende wordt aangevuld door de secundaire emissie, die veroorzaakt wordt door het terugbombardement. Dit laatste heeft hier dus een essentiële functie.

De resultaten, getoetst aan de modelwet

De belangrijkste afmetingen van een magnetron geven we aan met letters als in *fig. 6*. In *tabel I* zijn de waarden van deze afmetingen en de nauwkeurige golflengte in mm voor elke buis ver-

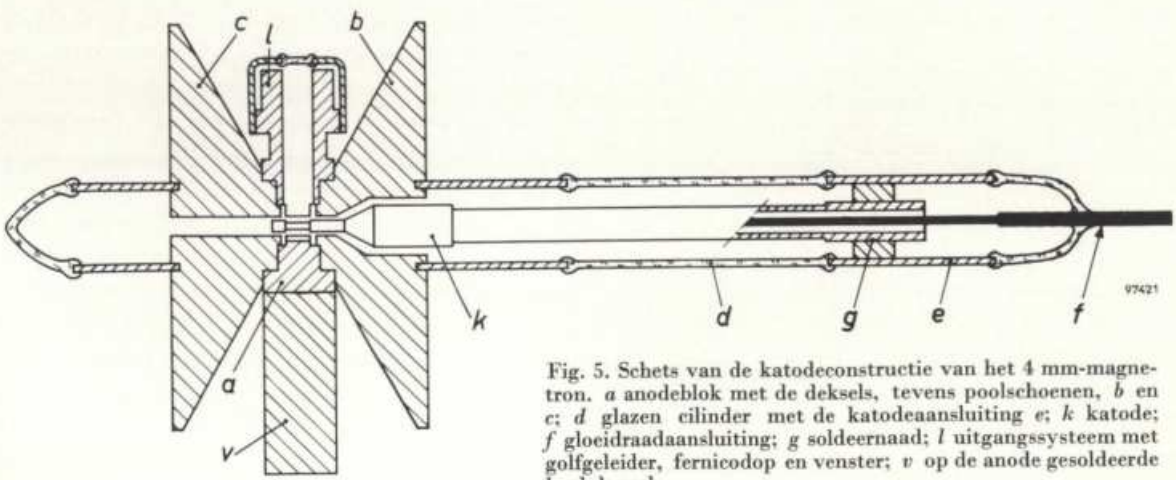


Fig. 5. Schets van de katodeconstructie van het 4 mm-magnetron. *a* anodeblok met de deksels, tevens poolschoenen, *b* en *c*; *d* glazen cilinder met de katodeaansluiting *e*; *k* katode; *f* gloeidraadaansluiting; *g* soldeernaad; *l* uitgangssysteem met golfgeleider, fernicodop en venster; *v* op de anode gesoldeerde koelvleugel.

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

Tabel I. De belangrijkste afmetingen (zie fig. 6) van de besproken magnetrons, a in mm, b met de golflengte als eenheid.

afmeting \ magnetron	32 mm		12 mm		8 mm		4 mm	
	a	b	a	b	a	b	a	b
golflengte λ	31,5		12,2		8,50		3,97	
anodediameter d_a	10,6	0,34	4,05	0,33	2,90	0,34	1,40	0,35
katodediameter d_c	6,5	0,21	2,45	0,20	1,85	0,22	0,80	0,20
anodehoogte h	21,0	0,67	3,85	0,32	2,72	0,32	2,50	0,63
diepte kleine trilholten d_r	4,10	0,13	1,59	0,13	1,16	0,14	0,56	0,14
diepte grote trilholten d_R	7,38	0,23	2,92	0,24	2,08	0,24	0,94	0,24
dikte tussenschot t	1,12	0,036	0,43	0,035	0,308	0,036	0,143	0,036

meld in kolom a. Om deze maten onderling te kunnen vergelijken, zijn ze in kolom b voor elke buis uitgedrukt met de bijbehorende golflengte als eenheid (gereduceerde maten).

Uit de tabel blijkt dat, met uitzondering van de anodehoogte, de systemen inderdaad binnen nauwe grenzen gelijkvormig zijn en dat de golflengte evenredig is met de lineaire afmetingen. De gereduceerde anodehoogte is bij de magnetrons voor 32 en voor 4 mm ongeveer tweemaal zo groot als bij de overige. Dit is voor het 32 mm-magnetron gedaan om een zo groot mogelijk gemiddeld vermogen te kunnen bereiken, waarbij — zoals besproken — de katodedissipatie per oppervlakte-eenheid de belangrijkste begrenzende factor is. Voor het 4 mm-magnetron is de overweging geweest dat men de totale stroomsterkte zo groot mogelijk wil maken ondanks een beperkte stroomdichtheid van de katode. Het veranderen van de anodehoogte heeft daarbij het voordeel dat dit de werking in principe weinig beïnvloedt, omdat er, althans theoretisch, geen stromen in axiale richting vloeien. (De praktische afwijkingen hiervan stellen juist weer een grens aan het vergroten van de anodehoogte.)

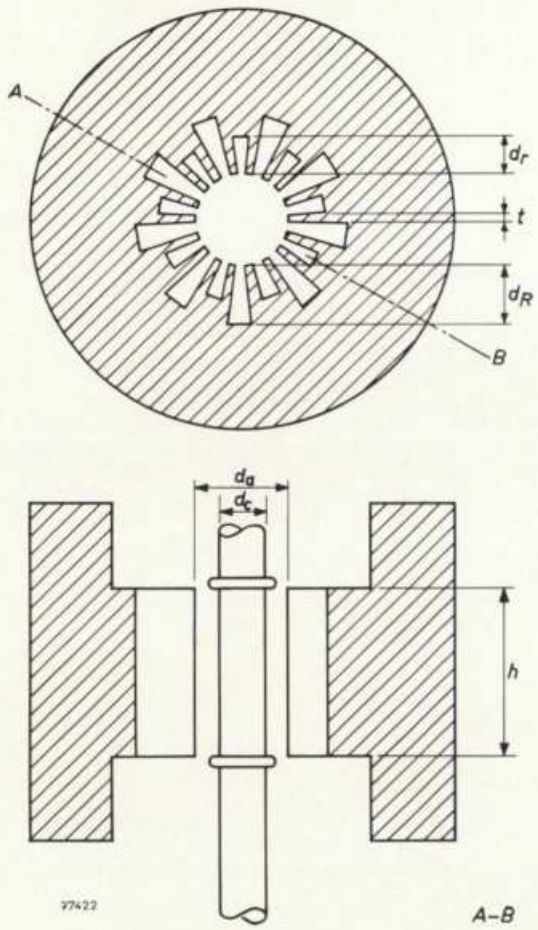


Fig. 6. Vereenvoudigde doorsnede van de beschouwde magnetrons, waarin de belangrijkste maten zijn aangegeven: d_a = anodediameter, d_c = katodediameter, h = anodehoogte, d_r = diepte kleine trilholten, d_R = diepte grote trilholten en t = dikte van het tussenschot.

De belangrijkste karakteristieken van de hier besproken magnetrons zijn samengevat in de zg. werkingsdiagrammen, die in *fig. 7a, b, c, d* zijn afgebeeld. Op de assen zijn hier de anodestroom I_a en de anodespanning V_a uitgezet. In dit (I_a, V_a)-vlak zijn getekend de lijnen van constante magnetische inductie B, van constant afgegeven vermogen P en van constant rendement η.

Bij het vergelijken van de diagrammen voor de vier magnetrons blijkt duidelijk welke invloed het construeren volgens de modelwet op de karakteristieken heeft: in het algemeen nemen zowel de grootste mogelijke spanning als de grootste mogelijke stroom bij het verkleinen af; de eerste vooral door de onmogelijkheid om voldoend sterke magneetvelden op te wekken, de tweede door de beperkte emissiestroomdichtheid van de katode. Om dit te illustreren, is het werkgebied van het 4 mm-magnetron ook in de andere diagrammen geschaduwd aangegeven; alle werkingsdiagrammen kunnen in feite slechts in dit gebied onderling worden vergeleken.

Voor een numerieke vergelijking hebben we twee willekeurige punten in het diagram uitgekozen, te weten de punten met de coördinaten (6 A, 15 kV) en (4 A, 13 kV). Beschouwen we deze punten voor

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

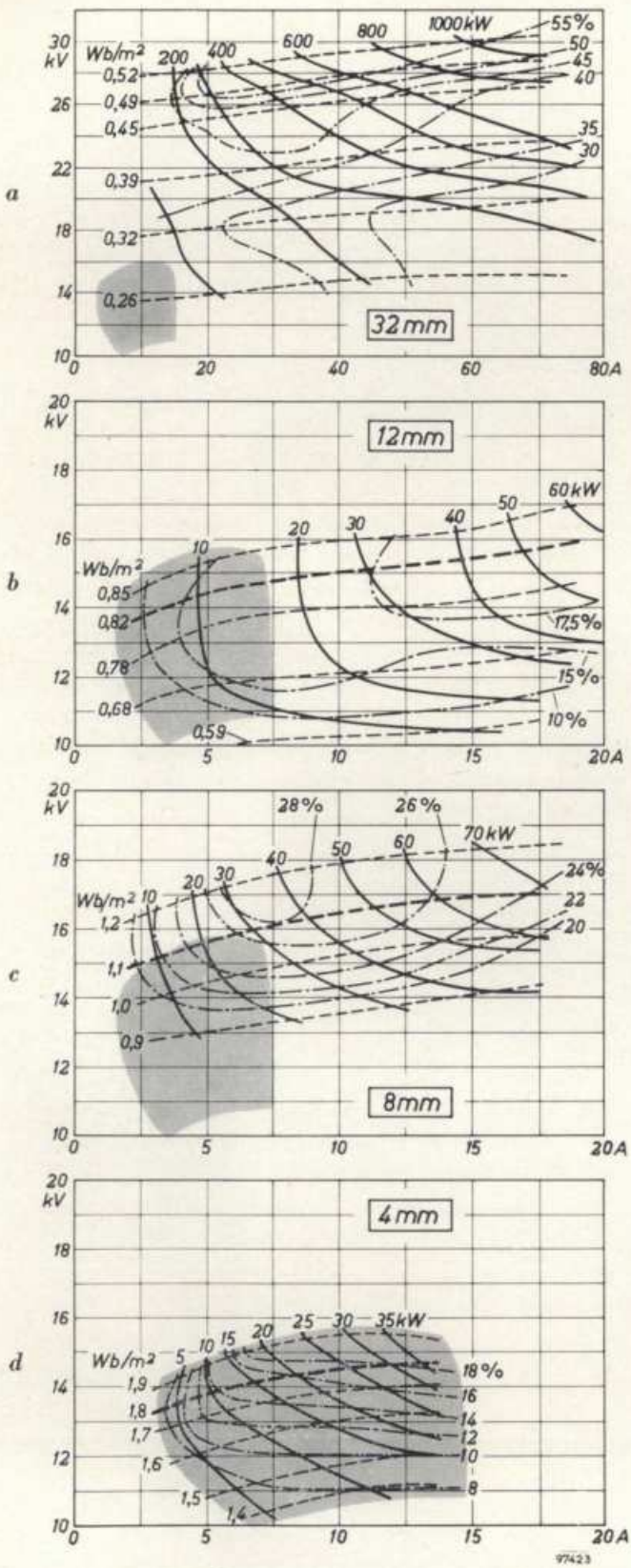


Fig. 7. Werkingsdiagrammen van de vier besproken magnetrons: *a*) 32 mm, *b*) 12 mm, *c*) 8 mm en *d*) 4 mm. Op de abscis de anodestroom I_a, op de ordinaat de anodespanning V_a. – – – – – – lijnen van constante magnetische inductie B (de dikker getekende lijn geldt voor het veld dat door de permanente magneet wordt geleverd). ———— lijnen van constant vermogen P. —·—·—·— lijnen van constant rendement η.

Tabel II. Vergelijking van karakteristieke grootheden voor de vier magnetrons in de werkingsdiagrammen (fig. 7 *a, b, c, d*), afgelezen op volgens de modelwet overeenkomende punten. De vergelijking is hier uitgevoerd voor twee stellen punten.

golflengte λ (mm)	I_a (A)	V_a (kV)	B (Wb/m²)	P (kW)	η (%)	$B\lambda$ (10^{-4} Wb/m)
31,5	12	15	0,28	54	30	90
12,2	6	15	0,83	14	16	101
8,50	6	15	1,03	23	25	88
3,97	12	15	1,85	34	19	73
31,5	8	13	0,26	30	29	83
12,2	4	13	0,76	8	15	92
8,50	4	13	0,90	8	15	76
3,97	8	13	1,6	12,5	12	64

het 8 mm- en het 12 mm-magnetron, dan corresponderen hiermee, wat de modelwet betreft, bij het 32 mm- en het 4 mm-magnetron de punten met de dubbele stroom, wegens de relatief dubbel zo hoge anodes, dus resp. (12 A, 15 kV) en (8 A, 13 kV). De in de diagrammen op deze punten afgelezen waarden van de karakteristieken zijn in *tabel II* samengevat; bovendien is hier het produkt $B\lambda$ opgenomen. In de voorlaatste kolom zien we dat het rendement — uitgezonderd bij het 12 mm-magnetron, waarover straks — monotoon met de golflengte afneemt. Dit is te wijten aan het feit dat het specifieke geleidingsvermogen bij kleinere golflengte afneemt (door het huideffect), terwijl het volgens de modelwet zou moeten toenemen. Uit metingen van de kwaliteitsfactor van het resonerende systeem is gebleken dat inderdaad een rendementsdaling van deze orde van grootte te verwachten is.

De afwijking van het 12 mm-magnetron wordt veroorzaakt doordat de koppeling met de golfgeleider hier veel zwakker is gemaakt, zodat het in dit opzicht geen verkleind model is. Zoals we besproken hebben, neemt daardoor het rendement af. Het voordeel is dat de stabiliteit erdoor wordt vergroot, zoals blijkt uit het meesleepgetal, dat hier 16 MHz bedraagt, tegen 13 MHz bij het 32 mm- en 32 MHz bij het 8 mm-magnetron. (Immers, de verhouding van oscillatiefrequentie tot meesleepgetal is een maat voor de stabiliteit.)

De laatste kolom geeft de grootheid $B\lambda$, die volgens de modelwet ook onveranderd zou moeten blijven bij de verkleining van de afmetingen. De tabel laat zien dat dit alleen in eerste benadering juist is. Zonderen we het 12 mm-magnetron uit, dan zien we dat deze grootheid naar kleinere golflengten afneemt. De oorzaak hiervan ligt in de beperkte primaire emissie van de katode, waardoor de modelwet niet meer exact op deze serie magnetrons kan worden toegepast. Bij het 32 mm-magnetron is de verzadigingsemissie nog niet bereikt;

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

het elektrische veld bij de katode is dus vrijwel nul. Daarentegen is de primaire emissie van de katode van het 4 mm-magnetron verzadigd (zie boven), zodat aan de katode sterke velden kunnen ontstaan. brek aan emissie. Meestal is, b.v. door te geringe koeling, een lek in de buis ontstaan, terwijl bij het 8 mm-magnetron de levensduurproef na bijna 1500 uur stopgezet is met een nog goed werkende buis.

Tabel III. Gegevens van levensduurproeven van een 32 mm-, een 12 mm- en een 8 mm-magnetron.

Golflengte in mm	31,3	12,2	8,35
Anodestroom in A	55	14	14
Anodespanning in kV	31	15,4	16,8
Piekvermogen in kW bij begin van de proef	783	46	52
Piekvermogen in kW bij eind van de proef	695	40	45
Rendement in % bij begin van de proef	46	21	22
Rendement in % bij einde van de proef	41	18	19
Impulsduur in μs	2,0	0,44	0,50
Herhalingsfrequentie in Hz	500	2300	1000
Gemiddeld beginvermogen in W	783	46	26
Brandtijd in uren	238	700	1488

Men kan inderdaad waarnemen dat een verhoging van de katodetemperatuur van het 8 mm- en het 4 mm-magnetron voor dezelfde anodespanning en -stroom een sterker magneetveld vereist.

Levensduurproeven

Bij de levensduurproeven blijken in het bijzonder de goede eigenschappen van de L-katode. Deze proeven zijn in geen enkel geval geëindigd door ge-

De resultaten zijn in *tabel III* samengevat; van het 4 mm-magnetron is nog geen levensduurproef opgezet. De impulstijden en de herhalingsfrequenties zijn betrekkelijk willekeurig gekozen; de opgegeven gemiddelde vermogens bij 12 en bij 8 mm zijn dan ook niet de maximaal toelaatbare. Het is gebleken dat de magnetrons voor 8 en voor 4 mm uitstekend werken met impulsen van niet meer dan 0,01 μs, hetgeen van belang is voor radar op korte afstand.

Samenvatting. Beschrijving van een serie magnetrons voor resp. ongeveer 32, 12, 8 en 4 mm golflengte, met maximaal vermogen van resp. 1100, 70, 80 en 40 kW. De vier magnetrons zijn geometrisch in hoofdzaak met elkaar gelijkvormig. In dat geval is in principe de zg. modelwet van toepassing, die zegt dat de golflengte recht evenredig en het vereiste magneetveld omgekeerd evenredig is met de lineaire afmetingen, en dat dan bij gelijke anodespanning en -stroom hetzelfde vermogen wordt gegenereerd. Bij het gaan naar steeds kleinere golflengte kunnen echter moeilijkheden ontstaan, o.a. door de toenemende hoogfrequentieweerstand, de technische beperking van het magneetveld en de emissie van de katode. De technologie van deze buizen wordt uiteengezet. Het anodesysteem („rising-sun" anode) wordt gehobd; hierop worden de ijzeren deksels (poolschoenen) gesoldeerd, benevens de onderdelen voor de koppelspleet, de golfgeleider en het glazen venster, waardoor de energie wordt geleid. De katode is een axiaal gemonteerde L-katode. Besproken worden enkele speciale constructies voor het 32 mm- en het 4 mm-magnetron. Het eerstgenoemde is ontworpen voor een groot gemiddeld vermogen (900 W), waarvoor een katode met grote warmteafvoer moest worden geconstrueerd; het 4 mm-magnetron vereist door de kleine afmetingen een speciale montage van de katode. Uit een vergelijking van de resultaten van de verschillende buizen blijkt, dat de golflengte evenredig is met de lineaire afmetingen en dat de onderlinge verschillen in het rendement bevredigend kunnen worden verklaard. Levensduurproeven van resp. een 32 mm-, een 12 mm- en een 8 mm-magnetron zijn geëindigd na resp. 238, 700 en 1488 uur; het vermogen was in die tijd ca. 15% gedaald.

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

HET WEERSTANDSNETWERK, EEN EENVOUDIG EN NAUWKEURIG HULPMIDDEL VOOR HET BEPALEN VAN POTENTIAALVERDELINGEN

door J. C. FRANCKEN.

518.5:53.072.13:621.317.729

Van de methodes die men kan toepassen om de oplossing te vinden van de vergelijking van Laplace bij gegeven randvoorwaarden, is die waarbij men gebruik maakt van een weerstandsnetwerk, voor vele gevallen zeer aantrekkelijk. De methode is praktisch geschikt voor tweedimensionele en voor rotatiesymmetrische driedimensionele problemen. Het realiseren van de randvoorwaarden is bijzonder eenvoudig en de metingen zijn weinig tijdrovend, terwijl opvallend nauwkeurige resultaten worden verkregen.

Bij natuurkundige onderzoekingen doet zich nogal eens het probleem voor, een functie φ te vinden die voldoet aan de differentiaalvergelijking van Laplace, welke vergelijking in gewone rechthoekige coördinaten luidt:

$$\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\varphi}{\partial y^2}+\frac{\partial^2\varphi}{\partial z^2}=0. \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

Aan deze vergelijking voldoen b.v. de elektrische potentiaal in een ruimte waarin zich geen ruimtelading bevindt, en de gravitatiepotentiaal in de ruimte buiten de aantrekkende massa's. Verder de temperatuur bij een stationaire warmtestroming en de snelheidspotentiaal bij wervelvrije stroming van een onsamendrukbare vloeistof. Gewoonlijk is op zekere gesloten oppervlakken — nl. begrenzingen van lichamen — de waarde van φ voorgeschreven. Soms is tevens de ruimte waarin φ aan (1) moet voldoen, geheel omsloten door een oppervlak waarop φ gegeven is. In andere gevallen strekt zich deze ruimte tot in het oneindige uit; in het oneindige nadert φ dan tot een bekende constante waarde, b.v. de omgevingstemperatuur als φ de temperatuur voorstelt, en de potentiaal van aarde als φ de elektrische potentiaal voorstelt.

Het toepassingsvoorbeeld dat we straks zullen behandelen, is ontleend aan de elektronenoptica. Het betreft de potentiaalverdeling in een elektronenkanon voor een televisieweergeefbuis. Hier zijn de oppervlakken waarop φ is voorgeschreven, de oppervlakken van de elektrodes.

Slechts in enkele eenvoudige gevallen is het mogelijk de gezochte functie φ expliciet uit te drukken in de waarden die gelden op de oppervlakken waar φ gegeven is. In het algemeen moet men volgens andere methodes te werk gaan. Naast de numerieke methodes — waarbij men tegenwoordig veelal gebruik maakt van elektronische rekenmachines — zijn dit zg. analogiemeetmethodes. Een veel toegepaste analogiemeetmethode is die waarbij men gebruik maakt van een elektrolytische trog. Men dompelt een (veelal vergroot) model van een elektrodesysteem in een geleidende vloeistof. De potentiaalverdeling die optreedt als men tussen de elektrodes spanningen legt, blijft bij deze onderdompeling ongewijzigd. In de vloeistof meet men de potentiaalverdeling met een sonde [1][2][3].

De elektrolytische trog is een zeer nuttig hulpmiddel gebleken bij het oplossen van elektronenoptische problemen. Toch heeft dit instrument zijn beperkingen en nadelen. De elektrodemodellen zijn dikwijls bewerkelijk en kostbaar, en metingen in de buurt van de elektrodes zijn onnauwkeurig als gevolg van capillaire opstijging van de vloeistof tegen de elektrodes. Voor problemen met rotatiesymmetrie gebruikt men tegenwoordig de zg. wigtrog. Deze trog heeft in horizontale doorsnede de vorm van een smalle cirkelsector. Hierin kunnen de elektrodes veelal uit stroken metaal bestaan, zodat het bezwaar van de gecompliceerdheid der modellen vervalt. Als nieuw nadeel staat hier tegenover dat juist in het belangrijke gebied dicht bij de as van symmetrie de metingen zeer onnauwkeurig worden door een sterke capillaire opstijging. Het is dus niet verwonderlijk dat — naast de trog — nog een ander hulpmiddel is ontwikkeld voor de bepaling van potentiaalverdelingen. Dit hulpmiddel is het zg. weerstandsnetwerk, dat we in dit artikel zullen bespreken [4]. Men vindt hiermee in principe slechts approximatieve oplos-

[1]) G. Hepp, Potentiaalmetingen met behulp van de elektrolytische trog, Philips techn. T. **4**, 235-242, 1939.

[2]) N. Warmoltz, De potentiaalverdeling bij de ontsteker van een relaisbuis met kwikkatode, Philips techn. T. **8**, 346-352, 1946.

[3]) Een voorbeeld van het gebruik van de elektrolytische trog om een temperatuurverdeling te leren kennen, vindt men in: F. Reiniger, Bestudering van warmtegeleidingsproblemen met behulp van de elektrolytische trog, Philips techn. T. **18**, 11-19, 1956.

[4]) Voor tweedimensionele problemen gebruikt men ook geleidend (gegrafiteerd) papier. Elektrodes kan men door uitgeknipte koperfoelies nabootsen. Voor rotatiesymmetrische driedimensionele problemen kan men dit papier niet gebruiken.

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

singen van de gestelde problemen, maar desondanks zijn deze oplossingen in vele gevallen veel nauwkeuriger dan die welke men vindt met behulp van de trog. Het gebruik van een weerstandsnetwerk is voorgesteld door Hogan [5]) en het eerst toegepast door De Packh [6]). Het is echter de verdienste van Liebmann [7]) [8]) dat hij heeft gewezen op de grote nauwkeurigheid die met een weerstandsnetwerk te bereiken is.

Bij het uiteenzetten van het principe van het netwerk is het gemakkelijk als we de begrippen „differentiaaloperator" en „differentieoperator" kunnen gebruiken. We zullen derhalve om te beginnen deze begrippen kort toelichten. Na de bespreking van weerstandsnetwerken voor tweedimensionele problemen en voor rotatiesymmetrische problemen volgt een beschrijving van de uitvoering van zo'n netwerk en van de manier waarop men het gebruikt. Dit laatste wordt met een toepassingsvoorbeeld verduidelijkt. Ten slotte wordt aan de hand van een tweetal voorbeelden de invloed van de eindige maaswijdte besproken.

Differentiaal- en differentieoperator

Heeft men een willekeurige functie $w(x,y,z)$, dan schrijft men voor de som der tweede differentiaalquotiënten naar x, y en z hiervan ook wel:

$$\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 w}{\partial z^2}\equiv \Delta w. \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

Men noemt Δ de differentiaaloperator van Laplace. De uitkomst van de „werking" van deze operator op de functie w zal natuurlijk afhangen van het punt waar men de operator laat werken (Δw is weer een functie van x, y en z). We kunnen nu de vergelijking van Laplace (d.i. verg. 1) ook zo uitdrukken: een functie die aan deze vergelijking voldoet, heeft de eigenschap dat de operator Δ, werkend op deze functie, in ieder punt de waarde nul oplevert.

We zullen nu uit de differentiaaloperator Δ een zg. differentieoperator L afleiden die, werkend op dezelfde functie in hetzelfde punt, bijna hetzelfde resultaat oplevert als Δ zelf: $Lw \approx \Delta w$. Hiertoe beschouwen we een willekeurig punt O en de drie puntenparen P en Q, R en S, en T en U, die resp. in de x-, de y- en de z-richting op een afstand a van O liggen (*fig. 1*). Het verschil tussen de waarden w_Q en w_O, die w heeft in de punten Q resp. O, kunnen

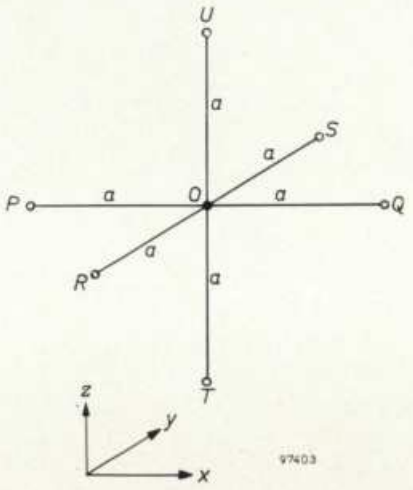


Fig. 1. Ter afleiding van de differentieoperator L.

we met een machtreeks naar a uitdrukken in de afgeleiden van w naar x in punt O:

$$w_Q-w_O=a\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)_O+\frac{a^2}{2!}\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right)_O+ \\ +\frac{a^3}{3!}\left(\frac{\partial^3 w}{\partial x^3}\right)_O+\frac{a^4}{4!}\left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^4}\right)_O+\ldots. \quad (3a)$$

Door in (3a) a te vervangen door $-a$, vinden we de reeksontwikkeling voor w_P-w_O:

$$w_P-w_O=-a\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)_O+\frac{a^2}{2!}\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right)_O- \\ -\frac{a^3}{3!}\left(\frac{\partial^3 w}{\partial x^3}\right)_O+\frac{a^4}{4!}\left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^4}\right)_O-\ldots. \quad (3b)$$

Optelling van deze reeksen en oplossing van $(\partial^2 w/\partial x^2)_O$ levert:

$$\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right)_O=\frac{1}{a^2}\{(w_Q-w_O)+(w_P-w_O)\}- \\ -\frac{a^2}{12}\left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^4}\right)_O-\ldots. \quad (4)$$

Het differentiaalquotiënt $(\partial^2 w/\partial x^2)_O$ is hiermee uitgedrukt in de differenties (w_Q-w_O) en (w_P-w_O) en een reeks correctietermen, waarvan de som willekeurig klein kan worden gemaakt door a klein genoeg te maken.

De andere differentiaalquotiënten die voorkomen in de differentiaaluitdrukking (2), nl. $(\partial^2 w/\partial y^2)_O$ en $(\partial^2 w/\partial z^2)_O$, kunnen op analoge wijze in differenties

[5]) T. K. Hogan, A general experimental solution of Poisson's equation for two independent variables, J. Instn. Engrs. Austr. **15**, 89-92, 1943.
[6]) D. C. de Packh, A resistor network for the approximate solution of the Laplace equation, Rev. sci. Instr. **18**, 798-799, 1947.
[7]) G. Liebmann, Solution of partial differential equations with a resistance network analogue, Brit. J. appl. Phys. **1**, 92-103, 1950.
[8]) G. Liebmann, Field plotting and ray tracing in electron optics, Advances in electronics **2**, 101-149, 1950.

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

worden uitgedrukt. Invulling van de verkregen uitdrukkingen in (2) levert:

$$(\Delta w)_0 = \frac{1}{a^2}(w_P + w_Q + w_R + w_S + w_T + w_U - 6w_0) - \\ - \frac{a^2}{12}\left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} + \frac{\partial^4 w}{\partial z^4}\right)_0 - \ldots \quad (5)$$

We stellen nu:

$$(Lw)_0 = \frac{1}{a^2}(w_P + w_Q + w_R + w_S + w_T + w_U - 6w_0). \quad (6)$$

Uit (5) volgt dat $(Lw)_0$ een benadering is van $(\Delta w)_0$, die beter is naarmate a kleiner is. L is de aangekondigde differentieoperator; hij wordt zo genoemd omdat de door L gesymboliseerde bewerking de bepaling inhoudt van de differenties $w_P - w_0$ enz.

De hier gevolgde procedure om uit de differentiaaloperator een differentieoperator af te leiden, kan men ook toepassen in het algemenere geval dat de differentiaalvergelijking ook eerste afgeleiden $\partial w/\partial x$ enz. bevat. Als men de vergelijkingen (3a) en (3b) van elkaar aftrekt, kan men $(\partial w/\partial x)_0$ uitdrukken in $(w_P - w_0)$ en $(w_Q - w_0)$ en een reeks correctietermen, waarvan de som met a naar nul gaat. Bij de behandeling van rotatiesymmetrische problemen zullen we hiervan gebruik maken.

In het bijzondere geval dat w niet afhangt van z, is $w_T = w_U = w_0$. Dan vereenvoudigt (6) zich tot:

$$(Lw)_0 = \frac{1}{a^2}(w_P + w_Q + w_R + w_S - 4w_0). \quad (7)$$

We kunnen nu overgaan tot de bespreking van het principe van een weerstandsnetwerk.

Het weerstandsnetwerk voor tweedimensionele gevallen

We beperken ons eerst tot tweedimensionele gevallen. Hierbij is er een richting — die we als z-richting kiezen — waarin de gezochte functie φ niet varieert. Dan is $\partial^2\varphi/\partial z^2 = 0$, en de differentiaalvergelijking van Laplace neemt de vorm aan:

$$\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\varphi}{\partial y^2} = 0. \quad (8)$$

Om de gedachte te bepalen, nemen we het in *fig. 2* geschetste voorbeeld. De drie gesloten omtrekken s_1, s_2 en s_3 stellen loodrechte doorsneden voor van drie oneindig lange cilinders. φ is gegeven en constant op iedere beschrijvende van deze cilinders. Het probleem is dan een functie φ te vinden die in het gebied binnen s_3, maar buiten s_1 en s_2, voldoet aan (8), en die op s_1, s_2 en s_3 de voorgeschreven waarden aanneemt.

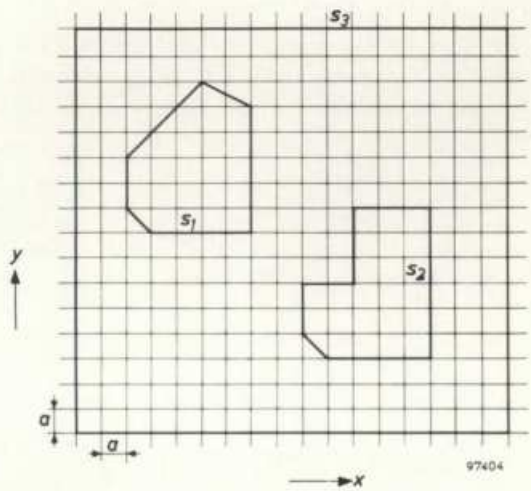


Fig. 2. Op de omtrekken s_1, s_2 en s_3 is de gezochte functie φ gegeven. Deze functie moet in het gebied binnen s_3 en buiten s_1 en s_2 voldoen aan de vergelijking van Laplace. Aangenomen is dat men een kwadratisch net (maaswijdte a) kan aanbrengen dat door s_1, s_2 en s_3 slechts in netpunten wordt gesneden.

We brengen een kwadratisch net aan door middel van lijnen evenwijdig met x- en y-as en op onderlinge afstanden a, de maaswijdte; zie fig. 2. (We zullen dit net steeds het „mathematische net" noemen, om het te onderscheiden van het „weerstandsnetwerk", dat dadelijk ter sprake komt.) De „netlijnen" snijden elkaar in de „netpunten". Twee netpunten heten „buurpunten" als zij op de maaswijdte a van elkaar liggen. In fig. 2 is aangenomen dat s_1, s_2 en s_3 het net uitsluitend snijden in netpunten. Deze beperking is niet noodzakelijk, maar zij vereenvoudigt de bespreking, en in de voorbeelden die ter sprake komen, is eraan voldaan. De netpunten op s_1, s_2 en s_3 noemen we „randpunten", de overige netpunten in het gebied waar φ moet worden bepaald, noemen we „inwendige punten".

Het gebruik van het weerstandsnetwerk dat wij toepassen, berust op de volgende mathematische stelling:

Als aan ieder inwendig netpunt een waarde φ^* is toegevoegd, zodanig dat tussen de waarde van φ^* in dit punt en de waarden in de buurpunten de relatie $L\varphi^* = 0$ bestaat, terwijl in de randpunten φ^* de waarden aanneemt die op deze plaatsen voor de gezochte functie φ zijn voorgeschreven, dan zal het verschil tussen φ en φ^* in de inwendige netpunten tot nul naderen als de maaswijdte a tot nul nadert.

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

Gezien het nauwe verband dat, zoals wij reeds zagen, bestaat tussen de differentieoperator L en de differentiaaloperator Δ, is de geldigheid van de stelling plausibel. Het wiskundige bewijs wordt geleverd door aan te tonen dat $\varphi - \varphi^*$ in alle netpunten kleiner is dan een zeker eindig bedrag, welk bedrag tot nul nadert als de maaswijdte dit doet [9]).

Om nu de waarden φ^* te vinden, stellen we een netwerk samen van weerstanden. Welke eisen aan de weerstanden worden gesteld, zullen we dadelijk zien. We laten de „knooppunten" van het weerstandsnetwerk corresponderen met de „netpunten" van het mathematische net in fig. 2. In ieder knooppunt komen dan vier weerstanden samen (*fig. 3*). De knooppunten die corresponderen met

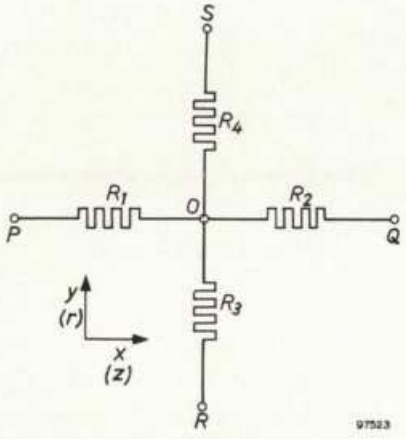


Fig. 3. De weerstanden R_1, R_2, R_3 en R_4 die samenkomen in een knooppunt O van een weerstandsnetwerk. Voor het tweedimensionele geval correspondeert PQ met de x- en RS met de y-richting; voor het rotatiesymmetrische driedimensionele geval (zie later) correspondeert PQ met de z- en RS met de r-richting.

randpunten, noemen we randknooppunten. Tussen de randknooppunten leggen we elektrische spanningen die evenredig zijn met de verschillen tussen de φ-waarden in de corresponderende randpunten van het mathematische net. Is φ_m de kleinste waarde van φ in enig randpunt, en kiezen we het corresponderende randknooppunt als referentiepunt ten opzichte waarvan we de potentialen V_r van de randknooppunten meten, dan geldt in ieder dezer punten:

$$V_r = (\varphi_r - \varphi_m)/\beta. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (9)$$

De index r bij V en φ geeft aan dat deze grootheden resp. betrekking hebben op randknooppunten in het weerstandsnetwerk en de corresponderende randpunten in het mathematische net. $1/\beta$ is de evenredigheidsconstante. We voegen vervolgens aan ieder inwendig netpunt een waarde

$$\varphi^* = \beta V + \varphi_m \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (10)$$

toe, waarin V de potentiaal is, gemeten in het corresponderende knooppunt van het weerstandsnetwerk. De stroom door de weerstand tussen twee buurknooppunten in het weerstandsnetwerk, b.v. tussen P en O (fig. 3), heeft de waarde $(V_P - V_O)/R_1$. De wet van Kirchhoff, toegepast op het knooppunt O, levert dus:

$$\frac{V_P - V_O}{R_1} + \frac{V_Q - V_O}{R_2} + \frac{V_R - V_O}{R_3} + \frac{V_S - V_O}{R_4} = 0.$$

Hieruit volgt met (10) dat voor het willekeurige netpunt O geldt:

$$\frac{\varphi_P^* - \varphi_O^*}{R_1} + \frac{\varphi_Q^* - \varphi_O^*}{R_2} + \frac{\varphi_R^* - \varphi_O^*}{R_3} + \frac{\varphi_S^* - \varphi_O^*}{R_4} = 0. \quad . \quad (11)$$

Bij vergelijking van (11) met (7) blijkt dat, als men de weerstanden *gelijk* kiest, voor het willekeurige netpunt O geldt:

$$(L\varphi^*)_O = 0.$$

Daar φ^* tevens op de randkrommen de waarden heeft die voor φ zijn voorgeschreven, is dus φ^* een benadering van de gezochte functie φ, mits alle weerstanden in het netwerk even groot zijn. De vraag hoe goed de benadering is, zullen we behandelen aan het eind van dit artikel.

Problemen met rotatiesymmetrie

Veelvuldiger dan tweedimensionele problemen zijn die welke rotatiesymmetrie vertonen. Gaat men over op cilindercoördinaten r, z en ϑ (*fig. 4*), waarbij men de z-as laat samenvallen met de symmetrieas, dan neemt de vergelijking van Laplace de vorm aan:

$$\frac{\partial^2\varphi}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial\varphi}{\partial r} + \frac{\partial^2\varphi}{\partial z^2} = 0. \quad . \quad . \quad . \quad (12)$$

[9]) Zie S. Gerschgorin, Z. angew. Math. Mech. **10**, 373-382, 1930, of L. Collatz, Numerische Behandlung von Differentialgleichungen, Springer, Berlijn 1955, 2e druk, blz. 320 e.v. Ook bij de numerieke oplossing van de differentiaalvergelijking van Laplace lost men veelal de differentievergelijking $L\varphi^* = 0$ op (bij voorkeur met behulp van een elektronische rekenmachine) en vindt dus een benaderde oplossing. Bij deze numerieke methodes kan men echter ook uitgaan van differentieoperatoren die de differentiaaloperator van Laplace nog beter benaderen dan L doet, doordat bij hen de reeks correctietermen in (5) niet met a^2 begint, maar met een hogere macht van a. Om de termen met a^2 enz. te elimineren, moet men natuurlijk over meer vergelijkingen beschikken en men moet dus niet alleen de naaste buurpunten, maar ook andere punten uit de omgeving van het netpunt in de beschouwingen betrekken. Zie b.v. Collatz, l.c., blz. 352.

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

Als gevolg van de rotatiesymmetrie komt ϑ niet in de vergelijking voor. Evenals in het tweedimensionele geval hebben we hier dus een differentiaalvergelijking waarin twee onafhankelijke variabelen

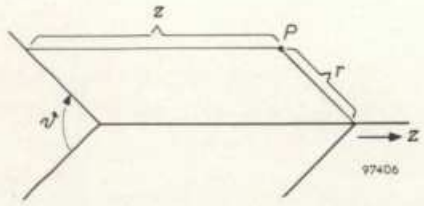


Fig. 4. De cilindercoördinaten r, z en ϑ van een punt P.

voorkomen, die nu echter niet x en y, maar z en r heten. We hebben hier te maken met de differentiaaloperator

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}+\frac{\partial^2}{\partial z^2}\right). \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (13)$$

Om hieruit een differentieoperator af te leiden, laten we (13) werken op een willekeurige functie $u(z,r)$ en beschouwen een punt O met de puntenparen P, Q en R, S, die resp. in de z- en in de r-richting op een afstand a van O liggen. Op de op blz. 12 en 13 beschreven wijze drukken we de differentiaalquotiënten uit in differenties en vinden:

$$\left(\frac{\partial^2 u}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial u}{\partial r}+\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\right)_O = (\mathrm{M}u)_O -$$

$$-\frac{a^2}{12}\left(\frac{\partial^4 u}{\partial r^4}+\frac{2}{r}\frac{\partial^3 u}{\partial r^3}+\frac{\partial^4 u}{\partial r^4}\right)_O - \ldots, \quad . \quad . \quad . \quad (14)$$

waarin

$$(\mathrm{M}u)_O = \frac{1}{a^2}\left\{(u_P-u_O)+(u_Q-u_O)+\right.$$

$$\left.+\left(1-\frac{a}{2r}\right)(u_R-u_O)+\left(1+\frac{a}{2r}\right)(u_S-u_O)\right\}. \quad (15)$$

De gezochte differentieoperator M is door (15) gedefinieerd.

We brengen in het z-r-vlak weer een kwadratisch net aan met maaswijdte a (het mathematische net). Ook voor M geldt de mathematische stelling die wij op blz. 13 voor L hebben genoemd [10]). De waarden φ^* die aan de inwendige netpunten worden toegevoegd, moeten nu voldoen aan:

$$\mathrm{M}\varphi^* = 0, \quad (16)$$

terwijl in de randpunten φ^* de waarden moet hebben die daar voor de gezochte functie φ zijn voorgeschreven. φ^* is dan een benadering van φ, d.w.z. φ^* nadert tot φ als de maaswijdte a tot nul nadert.

Ook nu is het mogelijk een weerstandsnetwerk te construeren waarin de potentialen der knooppunten de waarden φ^* opleveren. Om af te leiden welke eisen aan de weerstanden worden gesteld, gaan we op dezelfde manier te werk als vroeger. Thans moeten we verg. (11) vergelijken met (15). Dan blijkt dat φ^* voldoet aan $(\mathrm{M}\varphi^*)_O = 0$, mits (zie fig. 3)

$$\frac{1}{R_1}:\frac{1}{R_2}:\frac{1}{R_3}:\frac{1}{R_4} = 1:1:\left(1-\frac{a}{2r}\right):\left(1+\frac{a}{2r}\right). \quad (17)$$

Indien het mathematische net zodanig is aangebracht dat de z-as samenvalt met een netlijn, geldt voor de netpunten (j is een geheel getal):

$$r = ja.$$

Hiermee gaat (17) over in:

$$\frac{1}{R_1}:\frac{1}{R_2}:\frac{1}{R_3}:\frac{1}{R_4} = 2j:2j:(2j-1):(2j+1). \quad (18)$$

Thans moeten de weerstanden afnemen met toenemende afstand tot de as. In het in *fig. 5* geschetste weerstandsnetwerk is aan (18) voldaan voor alle waarden van j, behalve voor $j = 0$. Hierop moeten we nog iets nader ingaan.

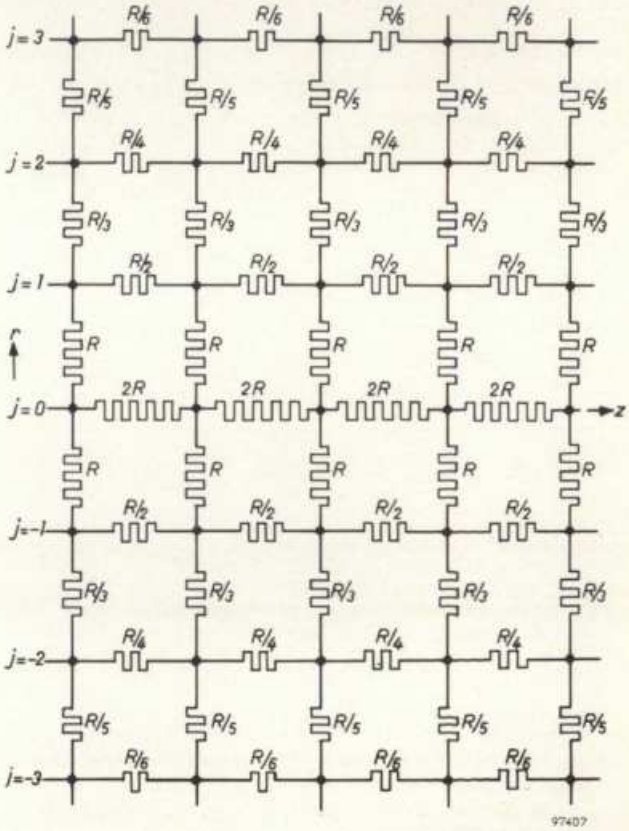


Fig. 5. Gedeelte van het netwerk voor rotatiesymmetrische problemen. De weerstanden die samenkomen in knooppunten waarvoor $j \neq 0$ en waarvoor $j = 0$ (punten op de as), voldoen resp. aan de formules (18) en (20).

[10]) Zie voor het bewijs: Gerschgorin, l.c. Het daar gegeven bewijs geldt algemeen voor elliptische differentiaalvergelijkingen; (8) en (12) behoren beide tot het elliptische type.

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

De weerstanden op de as

Voor $j = 0$, welke waarde correspondeert met punten op de symmetrieas (z-as), treden complicaties op. Dit blijkt b.v. hieruit dat men uit (18) zou concluderen dat van de weerstanden die in een knooppunt op de as samenkomen, R_3 negatief moet zijn als R_1, R_2 en R_4 positief zijn. Ook treden in (14) en (15) voor $r = 0$ onbepaalde termen $\frac{0}{0}$ op [11]). Men vermijdt deze complicaties als men voor punten op de z-as terugkeert tot de benadering van de operator van Laplace door de differentie-operator L (zie (6)). De reden waarom we bij het rotatiesymmetrische driedimensionele geval van de operator L zijn overgegaan op de operator M, is dat L tot een driedimensioneel netwerk zou hebben geleid. Dit bezwaar vervalt echter voor punten op de symmetrieas. Beschouwen we namelijk een punt O op deze as, dan is (zie fig. 1, waarbij we moeten bedenken dat in deze figuur de x-as de symmetrieas voorstelt):

$$w_T = w_R = w_U = w_S .$$

Voor zo'n punt kunnen we (6) dus schrijven als

$$(Lw)_O = \frac{1}{a^2}\{(w_P - w_O) + (w_Q - w_O) + 2(w_R - w_O) + 2(w_S - w_O)\}. \quad . \quad . \quad . \quad (19)$$

Bij vergelijken van (11) met deze uitdrukking blijkt dat φ^* in de netpunten op de z-as voldoet aan $L\varphi^* = 0$ indien (zie fig. 3)

$$\frac{1}{R_1} : \frac{1}{R_2} : \frac{1}{R_3} : \frac{1}{R_4} = 1 : 1 : 2 : 2 . \quad . \quad . \quad (20)$$

In het netwerk van fig. 5, waar de weerstanden op de as de waarde $2R$ hebben, is aan deze voorwaarden voldaan.

In de praktijk gebruikt men niet het netwerk van fig. 5, maar een netwerk dat zich slechts aan één zijde van de z-as uitstrekt. Voor dit doel is het voldoende de weerstanden op de as de waarde $4R$ in plaats van $2R$ te geven. Om in te zien dat dit juist is, vervange men in fig. 5 de weerstanden $2R$ op de z-as door twee parallelle weerstanden $4R$ (*fig. 6a*). Wegens de rotatiesymmetrie vloeit er geen stroom van het gedeelte boven naar het gedeelte onder de z-as. Men kan dus het onderste gedeelte weglaten

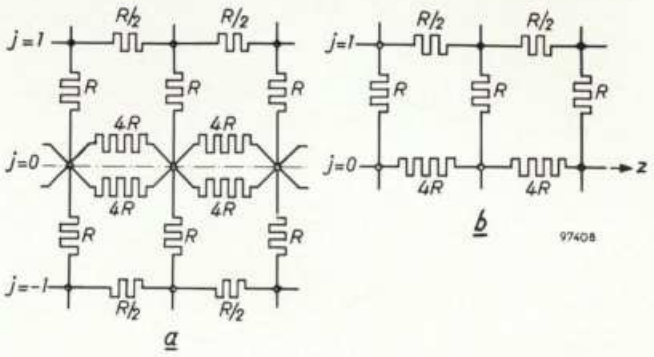


Fig. 6. Het netwerk *a* is equivalent met dat van fig. 5 (de weerstanden $2R$ op de z-as zijn vervangen door twee parallelle weerstanden $4R$). Wegens de symmetrie vloeit er geen stroom van het gedeelte onder naar het gedeelte boven de z-as. Men kan dus het gedeelte onder weglaten zonder dat men er in het resterende gedeelte iets van merkt (*b*).

(fig. 6*b*) zonder dat men er in het bovenste gedeelte iets van merkt [12]).

Hantering en uitvoering van het weerstandsnetwerk

In het Philipslaboratorium is zowel voor tweedimensionele als voor rotatiesymmetrische driedimensionele problemen een weerstandsnetwerk geconstrueerd. Afgezien van de waarden der weerstanden, zijn deze netwerken identiek. We beschrijven derhalve slechts het netwerk voor rotatiesymmetrische driedimensionele problemen. Dit is samengesteld volgens het schema van fig. 6*b*. Het netwerk strekt zich in de z-richting uit over 50 en in de r-richting over 25 maasafstanden. Het bevat dus $51 \times 25 + 26 \times 50 = 2575$ weerstanden. De weerstanden zijn gemonteerd aan de achterzijde van een isolerend paneel (*fig. 7*). De knooppunten bezitten verzilverde koperen contactpennen die naar de voorzijde van het paneel leiden.

Om met het weerstandsnetwerk de potentiaalverdeling te bepalen in een systeem van elektrodes, bootst men de elektrodeconfiguratie na op het netwerk door de netwerkknooppunten die corresponderen met de omtrek van een elektrode kort te sluiten met een dikke koperdraad. In principe zou men tussen deze elektrodes op het netwerk spanningen kunnen leggen zoals eerder werd besproken. Het is echter veel eenvoudiger op de volgende

[11]) Wegens de symmetrie zijn op de as $\partial\varphi/\partial r$ en de overige afgeleiden naar r van oneven orde allemaal nul. De middelste term van de differentiaaloperator (13) levert dus $\frac{0}{0}$, en ook in de correctietermen, waarin de differentiaal- en de differentieoperator van elkaar verschillen (zie (14)), treden dergelijke onbepaalde termen op. Rangschikt men de termen in de differentieoperator (15) — waarin nu $u = \varphi$ — enigszins anders, dan blijkt hierin de uitdrukking $(a/2r)(\varphi_Q - \varphi_P)$ de waarde $\frac{0}{0}$ op te leveren.

[12]) Men komt rechtstreeks tot het netwerk van fig. 6*b* als men formule (19) schrijft in de vorm:

$$(Lw)_O = \frac{1}{a^2}\{(w_P - w_O) + (w_Q - w_O) + 4(w_S - w_O)\}.$$

Vergelijken van (11) met deze formule levert de voorwaarde:

$$\frac{1}{R_1} : \frac{1}{R_2} : \frac{1}{R_3} : \frac{1}{R_4} = 1 : 1 : 0 : 4 .$$

Hieraan is voldaan als $R_1 = R_2 = 4R$, $R_3 = \infty$ en $R_4 = R$.

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

manier te werk te gaan. Eén der elektrodes, b.v. G (zie *fig. 8*), wordt verbonden met het ene uiteinde B van de potentiometer AB, alle andere elektrodes — in fig. 8 dus K en A_1 — worden onderling kortgesloten en verbonden met het andere uiteinde A van de potentiometer. A en B zijn aangesloten op een accu. Het knooppunt P waar men de potentiaal wil meten, wordt via een nulinstrument verbonden met het regelcontact van de potentiometer. Heeft men dit contact zo ingesteld dat het instrument geen uitslag meer vertoont, dan leest men op de potentiometer de fractie af die het potentiaalverschil tussen P en A bedraagt van het potentiaalverschil tussen B en A. Het gevonden getal geeft dus de potentiaal in P als elektrode G de potentiaal 1 heeft terwijl de overige elektrodes de potentiaal 0 hebben. In deze situatie meet men de potentiaalverdeling. Vervolgens meet men de potentiaalverdeling terwijl in plaats van G één der andere elektrodes, b.v. A_1, de potentiaal 1 heeft. Door de resultaten lineair te combineren (superpositie), kan men dan de potentiaalverdeling bij willekeurige potentialen der elektrodes gemakkelijk berekenen. Zijn er geen 3, maar algemeen n elektrodes, dan moet men $n-1$ keer meten om de oplossing bij willekeurige potentialen der elektrodes door lineaire combinatie der resultaten te vinden.

Omdat een grote nauwkeurigheid wordt verlangd, zijn alle weerstanden vervaardigd van gewonden manganiendraad; tolerantie $\pm 2\,^0/_{00}$. Door Liebmann [7]) is erop gewezen dat de gemiddelde fout in de gemeten potentialen, voor zover deze wordt veroorzaakt door de fouten in de weerstandswaarden, veel kleiner is (een factor 10 à 100) dan die in de weerstanden zelf. Dit is een gevolg van de foutennivellerende statistische eigenschappen van het netwerk. De temperatuurcoëfficiënt van manganien is zo klein, de gebruikte spanning is zo laag (meestal ca. 2 V) en de afmetingen der weerstanden zijn zo ruim, dat geen fout valt te vrezen als gevolg van hoge temperaturen in zwaar belaste weerstanden.

De keuze van de willekeurige waarde R (zie fig. 6*b*) wordt naar boven begrensd door de eis dat de grootste weerstanden — die een waarde $4R$ hebben — nog redelijk van gewonden draad vervaardigd moeten kunnen worden. Aan de andere kant moeten de kleinste weerstanden weer niet te klein zijn: de stromen zouden anders zo groot worden dat in de draden die de elektrodes voorstellen, merkbare potentiaalverschillen optreden. We hebben $R = 3600\ \Omega$ gekozen. De uiterste voorkomende waarden der weerstanden worden dan $4R = 14\,400\ \Omega$ en $\frac{1}{50} R = 72\ \Omega$.

Een buisvoltmeter (type GM 6010 [13])) doet dienst als nulinstrument. Deze millivoltmeter voor gelijkspanning paart een grote gevoeligheid (2 μV kan geconstateerd worden) aan een hoge inwendige weerstand (0,6 MΩ). De „nulstroom" is dus kleiner dan ca. 3×10^{-12} A. Dit is zo klein dat deze stroom de potentiaalverdeling niet merkbaar stoort. Vooral bij metingen op de symmetrieas, waar de netwerkweerstanden het grootst zijn, zou een nulstroom die niet zeer klein is, een aanzienlijke fout opleveren.

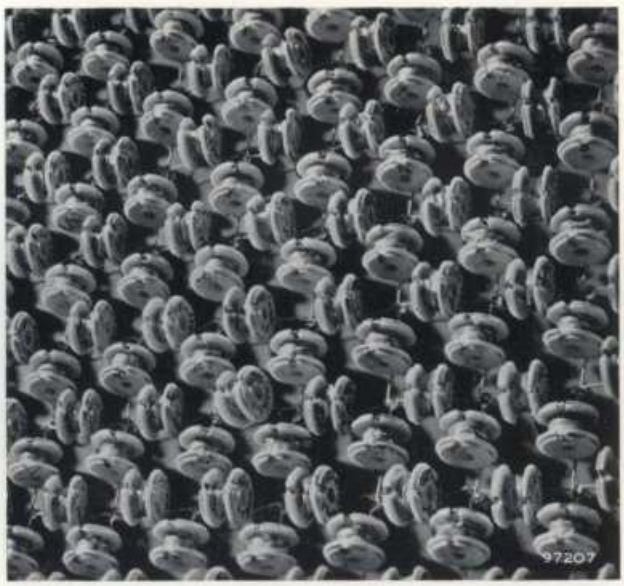


Fig. 7. Enige der 2575 weerstanden waaruit het weerstandsnetwerk voor rotatiesymmetrische problemen is samengesteld.

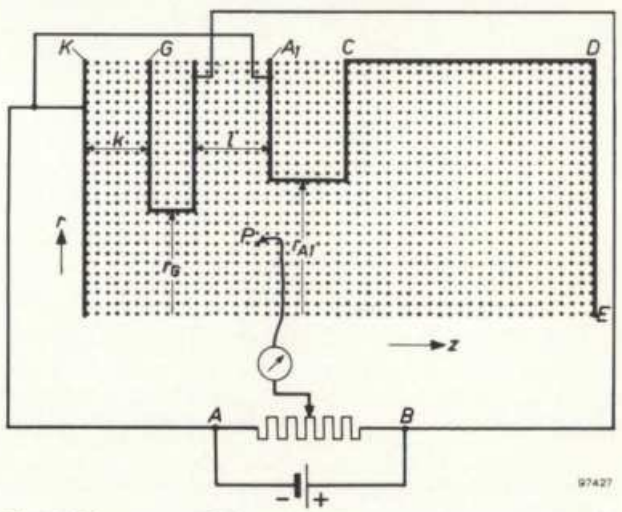


Fig. 8. Schema van de brugschakeling voor het meten van de potentialen der knooppunten in het netwerk. K, G en A_1 zijn de modellen der elektrodes. De configuratie is dezelfde als in fig. 9. AB is een potentiometer van 1000 Ω met een instelfout van ca. 0,01 Ω. Het nulinstrument is een elektronische millivoltmeter voor gelijkspanning met een inwendige weerstand van 0,6 MΩ.

[13]) A. L. Biermasz en A. J. Michels, Een elektronische millivoltmeter voor gelijkspanning, Philips techn. T. **16**, 11-17, 1954.

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

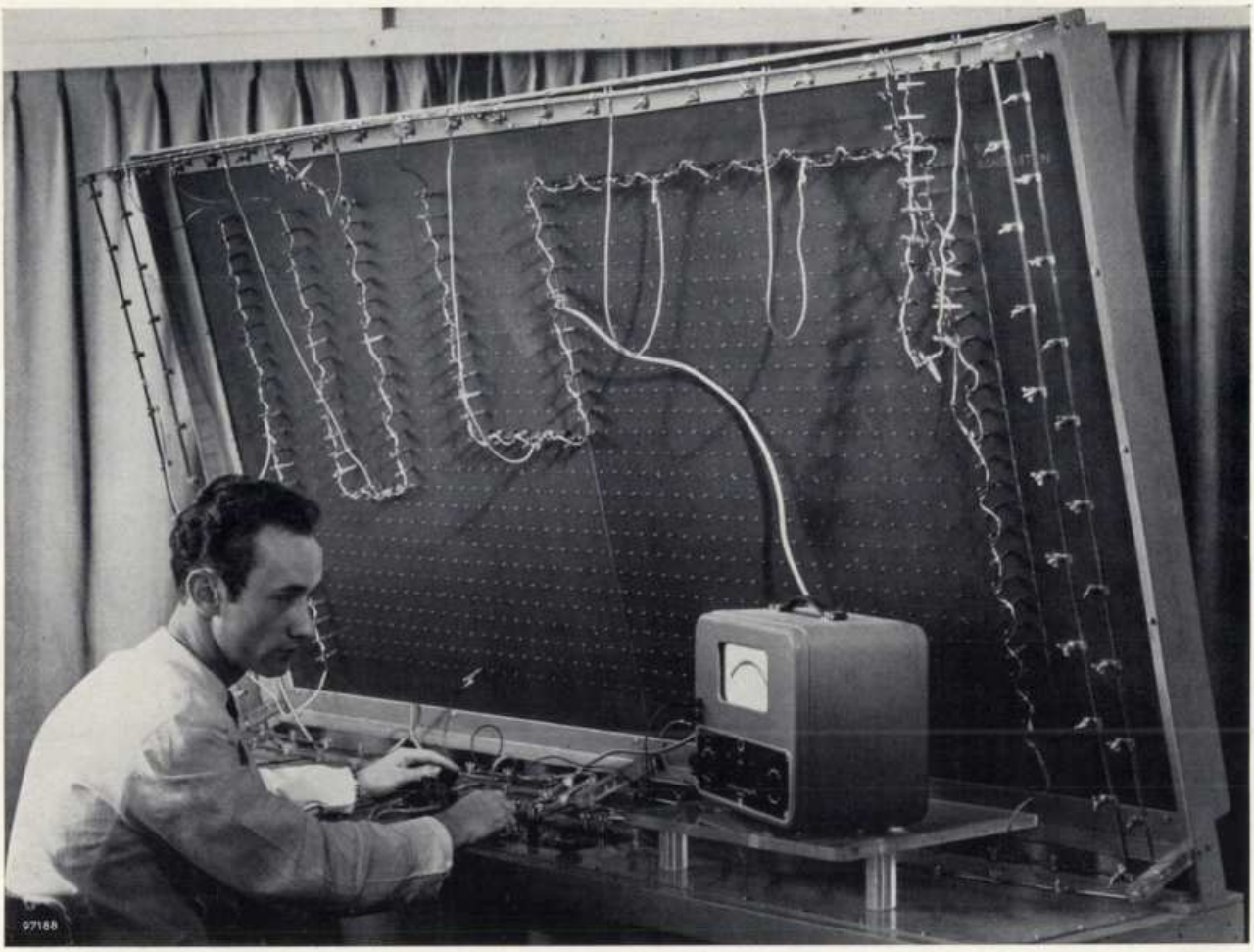


Fig. 9. Het weerstandsnetwerk is aangebracht aan de achterzijde van een grote plaat isolatiemateriaal. De verzilverde contactpennen, die aan de hier afgebeelde voorkant zichtbaar zijn, zijn de knooppunten van het netwerk. De elektrode-configuratie op het netwerk behoort bij het toepassingsvoorbeeld dat in dit artikel wordt behandeld. De koperdraden van 2 mm diameter, die de elektrodes voorstellen, zijn met metalen knijpers vastgezet op de desbetreffende contactpennen. De elektrodes worden gevoed via de zware koperen strippen langs de randen van het netwerk. Deze voeding geschiedt voor iedere elektrode met verscheidene draden, om te voorkomen dat langs de elektrodes een potentiaalverval optreedt. De persoon op de foto heeft zijn rechterhand op één der knoppen van de decadenpotentiometer; met zijn linkerhand bedient hij een commutator, die het mogelijk maakt nauwkeurig te controleren of het nulinstrument, waarnaar hij kijkt, geen uitslag vertoont.

De potentiometer, waarvan de fouten rechtstreeks in het eindresultaat verschijnen, moet zeer nauwkeurig zijn. Bij de gebruikte potentiometer bleek de nauwkeurigheid gemiddeld van de orde van 1 op 10^5.

Fig. 9 is een foto van het weerstandsnetwerk.

Velden die zich uitstrekken tot in het oneindige

Lang niet altijd is er een randkromme die — als s_3 in fig. 2 — het gebied waarin de gezochte functie φ bestaat, geheel omsluit. Dit gebied strekt zich dan uit tot in het oneindige, waar φ nadert tot een constante waarde φ_∞. In principe kan men dan als volgt te werk gaan. Men zet eerst de elektrodemodellen op zo kleine schaal op het netwerk dat de knooppunten van de rand corresponderen met netpunten waar de waarde φ_∞ al vrijwel is bereikt. Al deze knooppunten op de rand sluit men kort en geeft ze de potentiaal die correspondeert met φ_∞. Tevens geeft men alle andere elektrodes potentialen in de juiste verhouding. Door meting zoekt men nu een equipotentiaalkromme die het gebied waarin men φ wil kennen, nauw omsluit. Men vergroot vervolgens de schaal zoveel dat de gevonden equipotentiaalkromme — waarvan de potentiaal bekend is — nog juist op het netwerk kan worden afgebeeld en behandelt deze kromme verder als een elektrode. Een soortgelijke methode is bruikbaar als men een gedeelte van het gebied wil onderzoeken op zo grote schaal dat één of meer elektrodes, of gedeelten daarvan, buiten het weerstandsnetwerk vallen.

Ook nu is het mogelijk gebruik te maken van metingen waarbij slechts één der elektrodes een potentiaal krijgt die verschilt van die der andere elektrodes, om vervolgens door lineaire combinatie der resultaten de gezochte oplossing te verkrijgen.

In de praktijk kan men dikwijls andere — minder omslachtige — kunstgrepen aanwenden om te ontkomen aan de beperkingen die worden gesteld doordat het weerstandsnetwerk niet oneindig groot is. We komen hierop terug bij de navolgende bespreking van een toepassingsvoorbeeld.

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

Toepassingsvoorbeeld: bepaling van de afknijpspanning en van de maximale katodebelasting van elektronenkanonnen

Potentiaalverdelingen worden dikwijls bepaald om als uitgangspunt te dienen voor de berekening van elektronenbanen. Wij geven hier een ander voorbeeld, nl. waarbij de potentiaalverdeling in zg. tetrodekanonnen voor katodestraalbuizen wordt gemeten om er de afknijpspanning en de maximale katodebelasting uit af te leiden. De genoemde grootheden zijn algemeen van belang bij het ontwerpen van elektronenkanonnen.

Een elektronenkanon kan voor de volgende beschouwingen geschematiseerd worden tot een aantal oneindig uitgestrekte evenwijdige vlakke elektrodes. In de eenvoudigste vorm zijn er drie elektrodes (triodekanon, *fig. 10*), nl. de katode K, het rooster G en de anode A. Rooster en anode zijn voorzien van een rond gat. De middelpunten van deze gaten liggen op een as loodrecht op de katode, het potentiaalveld vertoont derhalve rotatiesymmetrie om deze as. De anode heeft een positieve spanning V_A van b.v. 15 kV ten opzichte van de katode. Met de roosterspanning V_G (eveneens gerekend ten opzichte van de katode) moduleert men de sterkte van de stroom I die het kanon levert. Bij gegeven anodespanning

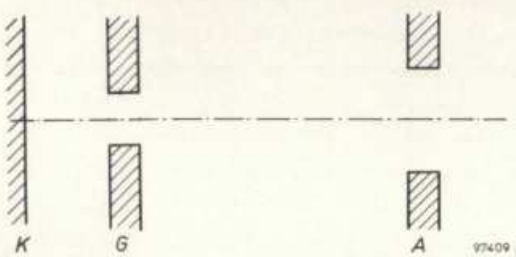


Fig. 10. Schematische voorstelling van de opstelling der elektrodes in een triodekanon. K katode, G rooster, A anode.

V_A kan men V_G zo regelen dat de stroom juist nul is. Deze waarde van V_G is natuurlijk steeds negatief; de absolute waarde ervan noemt men de afknijpspanning V_c (index c van „cut off"). Dit is een belangrijke grootheid. Ze bepaalt de maximale signaalspanning op het rooster als men dit niet positief wil laten worden (zie *fig. 11*). Ook bestaat er een eenvoudig verband tussen V_c en de maximale stroom I_{max} die het kanon in dit geval kan leveren; er geldt namelijk [14]):

$$I_{max} \approx 3 \times 10^{-6}\ V_c^{\frac{3}{2}} \text{ ampère} \quad . \ . \ . \quad (21)$$

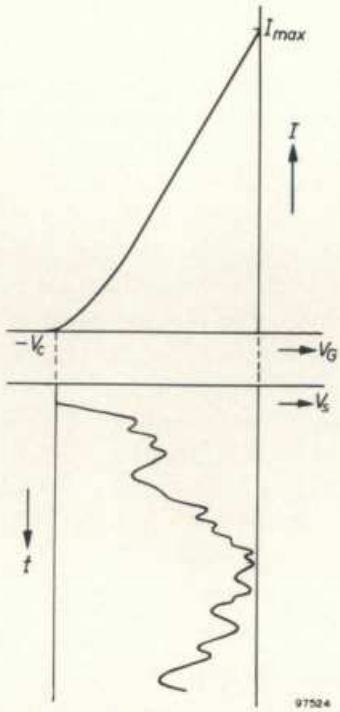


Fig. 11. De door een triodekanon geleverde stroom I als functie van de roosterspanning V_G, bij constante anodespanning, vertoont het normale karakter van de I_A-V_G-karakteristiek van een triode. Wil men vervorming vermijden, dan mag V_G onder invloed van de signaalspanning V_s niet groter worden dan 0 (er zou roosterstroom gaan lopen) en niet kleiner dan $-V_c$ (V_c = afknijpspanning). V_c is dus tevens de maximale signaalspanning.

(V_c in volts). Het is daarom gewenst V_c te kunnen bepalen uit de afmetingen van het kanon en de aangelegde anodespanning.

Hiervoor passen wij een grafische methode toe, waarvoor de grafieken zijn afgeleid uit metingen aan een weerstandsnetwerk. Deze grafieken kunnen gebruikt worden bij het ontwerpen van tetrodekanonnen. Bij een tetrodekanon is dicht bij het rooster, in de ruimte tussen rooster en anode, een vierde elektrode aangebracht (*fig. 12*). Deze elektrode krijgt een positieve spanning van ca. 300 V en wordt „zuiganode" genoemd. De oorspronkelijke anode krijgt ter onderscheiding de naam „eindanode". In praktische gevallen heeft de spanning van de eindanode slechts een geringe invloed op de af-

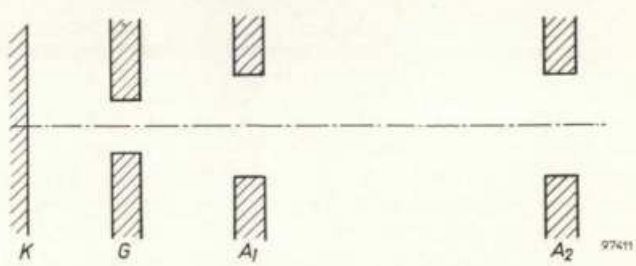


Fig. 12. Bij een tetrodekanon is dicht bij het rooster G de zuiganode A_1 geplaatst, waarop een spanning van ca. 300 V staat. Op de „eindanode" A_2 staat de hoogspanning.

[14]) Zie b.v. M. Ploke, Elementare Theorie der Elektronenstrahlerzeugung mit Triodensystemen, Z. angew. Phys. **3**, 441-449, 1951 en **4**, 1-12, 1952.

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

knijpspanning en op de geleverde stroom, en we behoeven dus slechts het triodegedeelte, K-G-A_1, van het kanon te beschouwen. Dit bezit echter andere eigenschappen dan een normaal triodekanon. Bij dit laatste is namelijk de afstand tussen rooster en anode relatief groot. Daardoor is het veld tussen deze elektrodes vrijwel homogeen, met een veldsterkte die gelijk is aan het quotiënt van de spanning tussen rooster en anode en de afstand hiertussen. Het gevolg is dat alleen dit quotiënt invloed heeft op de afknijpspanning. De boring in de anode speelt dus ook geen rol. Bij een tetrodekanon is daarentegen de afstand tussen rooster en (zuig)anode zo klein dat het veld geenszins homogeen is. Daardoor zijn hier de spanning en de afstand tussen deze elektrodes afzonderlijk van belang, en heeft ook de grootte van de boring in de (zuig)anode invloed.

Het potentiaalverloop $\varphi(z)$ langs de as ($\varphi(0) = 0$ genomen) stellen we voor door:

$$\varphi(z) = V_{A1} f(z) + V_G h(z) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (22)$$

$f(z)$ stelt het potentiaalverloop langs de as voor als $V_{A1} = 1$ en $V_G = 0$, terwijl $h(z)$ dit potentiaalverloop voorstelt als $V_G = 1$ en $V_{A1} = 0$ (*fig. 13*). Het kanon zal geen stroom leveren als de stroomdichtheid in het midden van de katode (waar de stroomdichtheid als functie van de plaats op de katode steeds een maximum vertoont) nul is. Nemen we aan dat de elektronen zonder beginsnelheid uit de katode treden, dan zal de stroom juist nul worden als de gradiënt van de potentiaal in het midden van de katode de waarde nul bereikt, want dan is de veldsterkte $E(0)$ hier nul. Daar op de as $E = -\partial\varphi/\partial z$, vinden we door differentiatie van (22) naar z en invulling van $z = 0$, voor de veldsterkte $E(0)$ in het midden van de katode:

$$E(0) = -\{V_{A1} f'(0) + V_G h'(0)\} \quad . \quad . \quad (23)$$

$E(0) = 0$ als $V_G = -\{f'(0)/h'(0)\} V_{A1}$, zodat voor de afknijpspanning geldt:

$$V_c = \frac{f'(0)}{h'(0)} V_{A1} = D V_{A1} \quad . \quad . \quad . \quad (24)$$

De grootheid $D = f'(0)/h'(0)$ is bekend als de „doordringing" („Durchgriff").

Met behulp van een weerstandsnetwerk zijn, voor vele combinaties van afmetingen van de elektrodes en hun onderlinge afstanden, de krommen $f(z)$ en $h(z)$ gemeten en is D bepaald uit de hellingen dezer krommen bij de katode. Het is gebleken dat de hellingen bij de laatste vrijwel niet veranderen als men de dikte van de zuiganode verandert, wat betekent dat D vrijwel onafhankelijk is van deze dikte. Dit is een zeer welkom resultaat, want het vermindert het aantal afmetingen dat wij in aanmerking moeten nemen met één. De metingen zijn beperkt tot het geval van gelijke boringen in rooster en zuiganode. Daar alleen de verhoudingen van de afmetingen van belang zijn, blijven er ten slotte drie parameters over. In *fig. 14* zijn in een aantal grafieken de resultaten van de metingen verzameld. Hieruit kan men voor een kanon waarvan de afmetingen zijn gegeven de doordringing D aflezen, om vervolgens met formule (24) de afknijpspanning V_c te berekenen.

Een tweede belangrijke grootheid, die uit dezelfde metingen kan worden bepaald, is de stroomdichtheid in het midden van de katode (de maximale katodebelasting). Deze stroomdichtheid mag nl. een zekere waarde niet te boven gaan en stelt dus aan het ontwerp een grens. Met gebruik van een benaderende theorie heeft Ploke [14]) afgeleid dat voor deze stroomdichtheid geldt:

$$j(0) \approx 4{,}8 \times 10^{-3} (I\, V_c)^{\frac{3}{5}} \times s^{-2} \text{ A/mm}^2, \quad . \quad (25)$$

waarin I in ampères en V_c in volts wordt uitgedrukt en waarin

$$s = \frac{1}{h'(0)} \text{ mm}.$$

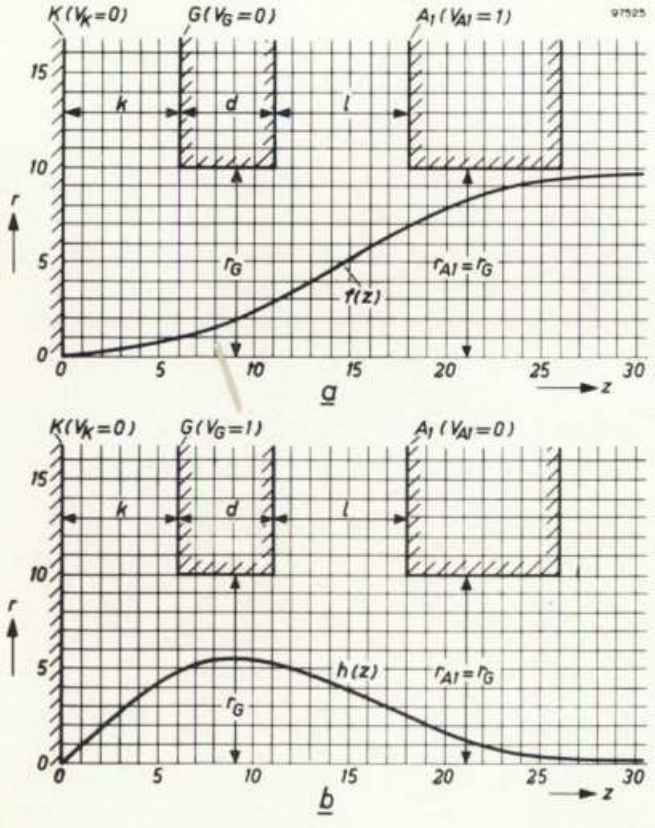


Fig. 13. *a*) Potentiaalverloop $f(z)$ langs de as in het triodegedeelte van een tetrodekanon als $V_G = 0$ en $V_{A1} = 1$. *b*) Het potentiaalverloop $h(z)$ langs dezelfde as als $V_G = 1$ en $V_{A1} = 0$.

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

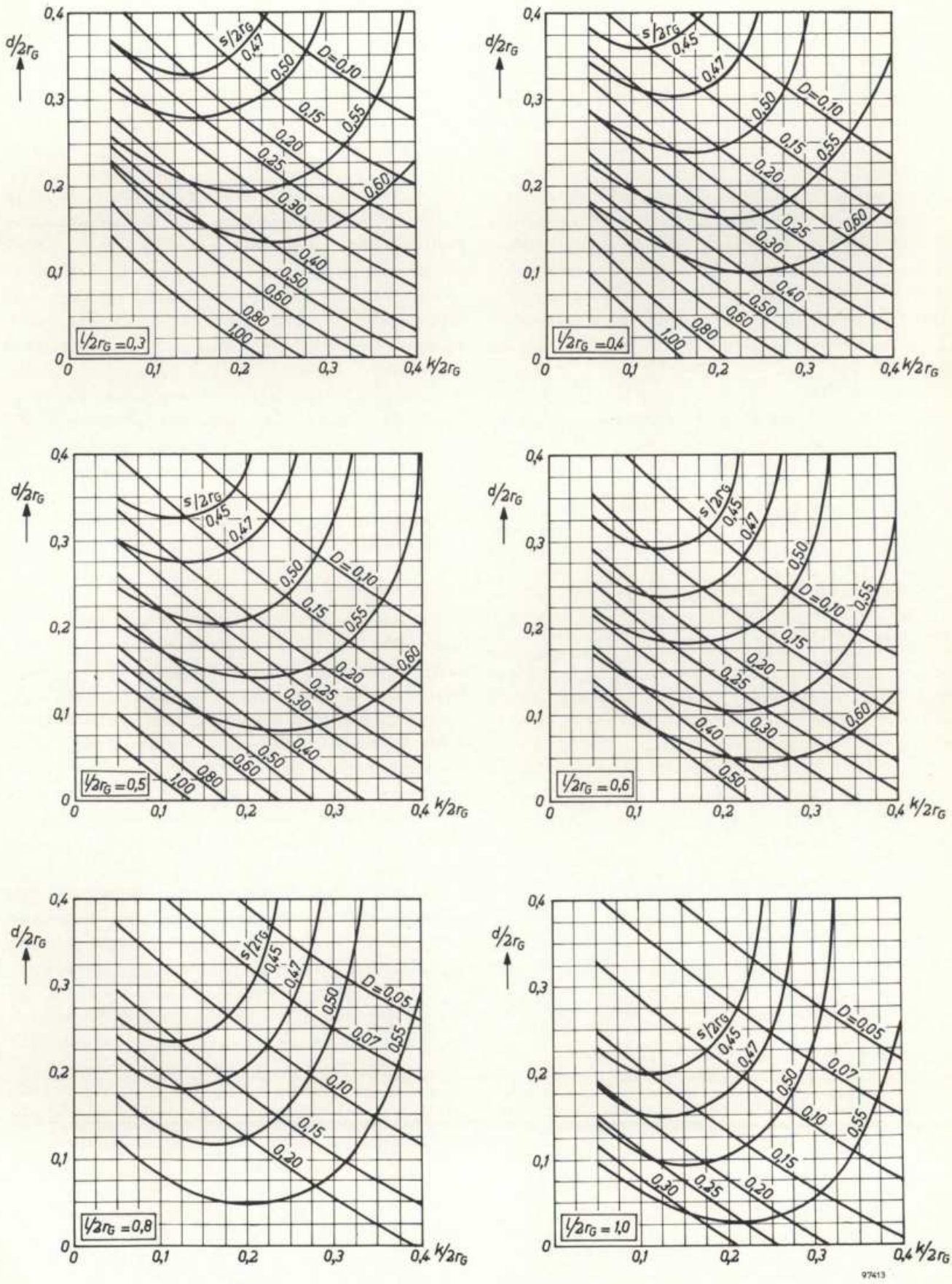


Fig. 14. Grafieken waaruit men, bij bekende afmetingen van een elektronenkanon, de „doordringing" D en de „equivalente anodeafstand" s kan aflezen. Zie voor de betekenis der letters fig. 13.

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

De parameter s noemt men wel de „equivalente anodeafstand". Heeft men nl. twee evenwijdige vlakke platen waartussen een spanning $V_c + V_G$ heerst ($V_G < 0$), dan is de veldsterkte tussen deze platen gelijk aan $E(0)$ als de platen op een afstand s van elkaar staan. Dit kan men afleiden uit (23) en (24).

De helling $h'(0)$ bij de katode, waaruit s direct volgt, moesten we reeds bepalen om D te kunnen berekenen. Fig. 14 bevat tevens krommen waaruit s kan worden afgelezen voor een kanon waarvan de afmetingen zijn gegeven. Formule (25) stelt ons dan in staat de maximale katodebelasting te berekenen voor iedere stroom die het kanon levert.

Numeriek voorbeeld

Stel men wil de afknijpspanning en de maximale katodebelasting bepalen van een tetrodekanon waarvoor $V_{A_1} = 300$ V en waarvan de afmetingen zijn (zie fig. 13): $k = 0{,}15$ mm, $d = 0{,}15$ mm, $2r_G = 2r_{A_1} = 0{,}75$ mm, $l = 0{,}35$ mm.

Men berekent: $k/2r_G = 0{,}20$, $d/2r_G = 0{,}20$ en $l/2r_G = 0{,}466$. In de grafieken van fig. 14 voor $l/2r_G = 0{,}4$ en 0,5 leest men de waarden van D en $s/2r_G$ af die behoren bij de berekende waarden van $k/2r_G$ en $d/2r_G$. Door lineaire interpolatie vindt men vervolgens dat voor $l/2r_G = 0{,}466$ geldt: $D = 0{,}23$ en $s/2r_G = 0{,}51$, waaruit volgt $s = 0{,}39$ mm. Voor de afknijpspanning vindt men dan uit (24): $V_c = 0{,}23 \times 300 = 69$ V. Uit (25) volgt nu voor de maximale katodebelasting: $j(0) = 0{,}40\ I^{3/5}$. Als het kanon een elektronenbundel van b.v. 100 μA levert, zodat $I = 10^{-4}$ A, vindt men voor de maximale katodebelasting $j(0) = 1{,}6 \times 10^{-3}$ A/mm².

De beperkte afmetingen van het weerstandsnetwerk

De figuren 8 en 9 hebben betrekking op het bovenbehandelde voorbeeld; men hoeft slechts de stralen r_G en r_{A_1} (fig. 8) der boringen van rooster en zuiganode aan elkaar gelijk te denken. We willen enige opmerkingen maken over de maatregelen die zijn genomen om in rekening te brengen dat het weerstandsnetwerk niet zeer groot is ten opzichte van de afmetingen der erop aangebrachte elektrodemodellen. In de figuren ziet men dat het model van de zuiganode is uitgebreid met de stukken CD en DE langs de randen van het netwerk. Zoals reeds werd meegedeeld, heeft de eindanode vrijwel geen invloed op de meetresultaten, zodat we deze eindanode weg kunnen denken. In dat geval zal overal achter de zuiganode — mits op enige afstand van de boring — de potentiaal gelijk zijn aan die van de zuiganode zelf. In punten van de ruimte die corresponderen met punten van CD en DE zal dit zeker nagenoeg reeds het geval zijn. Men kan dus zonder bezwaar deze punten op de genoemde potentiaal brengen. Als men de kortsluitingen CD en DE niet aanbracht, zou men geheel in het vage tasten omtrent de fouten die men maakt doordat het gedeelte van het weerstandsnetwerk rechts van de zuiganode aan zijn lot is overgelaten. Heeft men CD en DE wel aangebracht, dan is de vorm van de zuiganode weliswaar niet exact de vorm die men wil onderzoeken, maar wel weet men dat de afwijking geen ernstige fouten oplevert.

Een tweede opmerking betreft de openingen tussen de elektrodes K en G en tussen G en A_1. Hier verkeert men in enige onzekerheid omtrent de fout die men maakt doordat het netwerk zich in de r-richting slechts over een betrekkelijk geringe afstand uitstrekt. Meet men echter in deze openingen voor de grootste waarde van r — dat is dus aan de rand — het potentiaalverloop in de z-richting, dan blijkt dit binnen de verlangde nauwkeurigheid lineair te zijn. Dit betekent dat de uitgebreidheid in de r-richting voldoende is.

Invloed van de eindige maaswijdte

Met het netwerk vindt men slechts een approximatieve oplossing van het gestelde probleem, doordat men de maaswijdte van het mathematische net niet oneindig klein kan kiezen. Het is in het algemeen niet mogelijk deze fundamentele fout op grond van zuiver theoretische overwegingen met enige nauwkeurigheid te schatten. Om een indruk van de fout te krijgen, kan men met het netwerk een probleem behandelen waarvan de oplossing exact bekend is. De potentiaalverdeling die men met het netwerk vindt, kan men dan met de exacte oplossing vergelijken. Ook kan men metingen doen bij afnemende maaswijdten, om vervolgens door extrapolatie de juiste oplossing beter te benaderen [15])[16]).

Cilindercondensator

We zullen hier enige resultaten geven van een onderzoek aan een cilindercondensator [17]). De potentiaalverdeling is hier exact bekend, maar bovendien kan men ook berekenen welke oplossing door een ideaal netwerk zou worden geleverd. Vergelijking van deze berekende netwerkoplossing met de exacte oplossing levert zuiver de fout ten gevolge van de eindige maaswijdte. Andere fouten, zoals die veroorzaakt door onnauwkeurigheden in de weerstanden of in de bruginstelling, vertroebelen het resultaat dan niet.

Verhouden zich de stralen van de binnen- en de buitenelektrode als 1 : 10 en kiest men de maaswijdte gelijk aan de binnenstraal, dan blijkt de fout op de ongunstigste plaatsen (dat zijn de het dichtst bij de binnenelektrode gelegen netpunten) ca. $-7\,{}^0/_{00}$ van de spanning tussen de elektrodes te bedragen. Bij de buitenelektrodes is deze fout nog slechts ca. $-0{,}7\,{}^0/_{00}$. Kiest men de maaswijdte tweemaal zo klein, dan worden deze fouten resp. ca. $-2\,{}^0/_{00}$ en ca. $-0{,}2\,{}^0/_{00}$. Brengt men een correctie aan door extrapolatie, dan reduceren zich de fouten tot resp. ca. $-0{,}3\,{}^0/_{00}$ en ca. $-0{,}01\,{}^0/_{00}$.

---

[15]) L. F. Richardson, How to solve differential equations approximately by arithmetic, Math. Gazette **12**, 415-421, 1924/25.

[16]) R. Culver, The use of extrapolation techniques with electrical network analogue solutions, Brit. J. appl. Phys. **3**, 376-378, 1952.

[17]) J. C. Francken, Electron optics of the image iconoscope, dissertatie Delft, 1953, blz. 36 e.v.

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

Het probleem van de cilindercondensator werd ook op het weerstandsnetwerk behandeld met de twee genoemde maaswijdten. Na het aanbrengen van de correctie door extrapolatie, werden afwijkingen van de exacte oplossing gevonden die voor de netpunten bij de binnen- en bij de buitencilinder resp. —0,35 en —0,08 $^0/_{00}$ bedroegen. De verschillen met de door berekening gevonden afwijkingen worden veroorzaakt door de reeds genoemde andere fouten dan de eindige maaswijdte.

Elektrostatische focusseerlens

De invloed van de eindige maaswijdte is ook nog uitvoerig nagegaan bij de bepaling van het potentiaalverloop op de as van een elektrostatische elektronenlens van het in *fig. 15a* geschetste type.

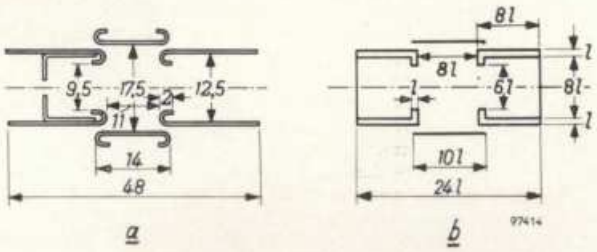


Fig. 15. *a*) Een elektronenlens van een type dat wordt toegepast in televisieweergeefbuizen met elektrostatische focussering. De elektrodes rechts en links hebben de hoogste potentiaal in de buis, de middenelektrode heeft katodepotentiaal. *b*) Vorm van de lens zoals deze werd gestileerd voor een onderzoek naar de invloed van de eindige maaswijdte op metingen met een weerstandsnetwerk van de potentiaalverdeling op de as. De afstand l is gekozen als karakteristieke afmeting ter bepaling van het maasgetal (d.i. $n = l/a$; a is de maaswijdte van het mathematische net, zie fig. 2).

Dergelijke lenzen worden toegepast in televisieweergeefbuizen. De twee elektrodes met kleine diameter bevinden zich op de hoogste potentiaal die in de buis wordt gebruikt, terwijl de middenelektrode, die een grotere diameter heeft, zich op katodepotentiaal bevindt. Voor het onderzoek werd de lens gestileerd tot een lens van de in fig. 15*b* geschetste symmetrische vorm. Rechter- en linkerelektrode zijn hierin bovendien afgesloten met geleidende vlakke platen.

Deze afsluitingen zijn aangebracht om dezelfde redenen die ons ertoe brachten het model van de zuiganode uit het toepassingsvoorbeeld uit te breiden met enige kortsluitingen. Ook hebben we bij dit model weer te maken met openingen tussen de elektrodes. Men kan nu b.v. de gehele bovenrand van het netwerk kortsluiten en deze kortsluiting de potentiaal 0 of 1 geven. Het blijkt dat dit geen merkbare invloed heeft op de meetresultaten. Hieruit mag men concluderen dat de begrensdheid van het netwerk, in verband met de openingen tussen de elektrodes, geen afbreuk doet aan de betrouwbaarheid van de metingen.

Het netwerk werd aan de linkerzijde voorzien van een spiegelvlak door hier in de r-richting weerstanden van de dubbele waarde te nemen (vergelijk het spiegelvlak langs de z-as, fig. 6*b*). Daardoor behoefde slechts een kwart gedeelte van de

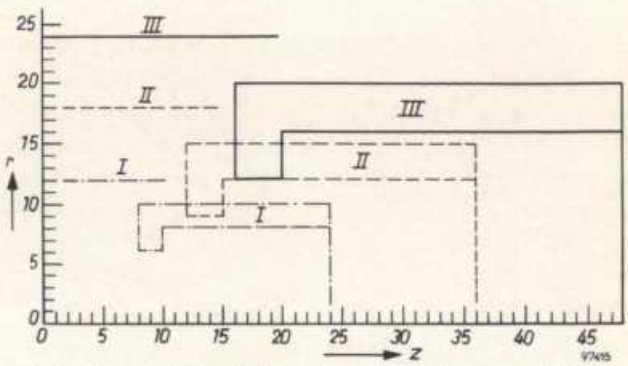


Fig. 16. De lens uit fig. 15*b* op het weerstandsnetwerk. Wegens de symmetrie behoeft slechts een kwart gedeelte op het netwerk te worden afgebeeld. De lens is doorgemeten voor de maasgetallen 2, 3 en 4; de hierbij behorende elektrodemodellen zijn alle drie getekend en resp. model *I*, *II* en *III* genoemd. Bij elke meting was natuurlijk slechts één der modellen tegelijk aanwezig.

lens op het netwerk te worden afgebeeld. De verhoudingen werden zo gekozen dat de lens op het netwerk kon worden gezet met maasgetallen in de verhouding 2 : 3 : 4. Onder het maasgetal n verstaat men een der afmetingen l van de lens gedeeld door de maaswijdte a van het mathematische net ($n = l/a$). Welke afmeting men hiervoor kiest, is onverschillig, mits men zich daarna aan de keuze houdt. Onze keuze is in fig. 15*b* aangeduid. Hoe groter het maasgetal, des te fijner is het mathematische net en des te groter worden de elektrodemodellen op het weerstandsnetwerk (*fig. 16*). In *fig. 17* is het gemeten potentiaalverloop uitgezet.

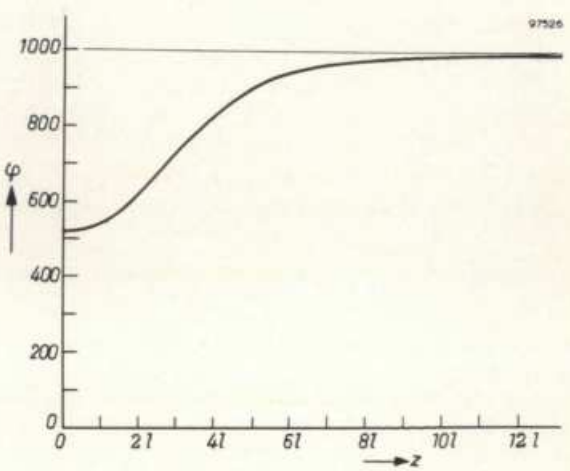


Fig. 17. Het potentiaalverloop op de as van de lens van fig. 15*b*, bepaald met een weerstandsnetwerk. Op de schaal van deze grafiek vallen de resultaten voor de drie verschillende maasgetallen binnen de lijndikte samen.

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

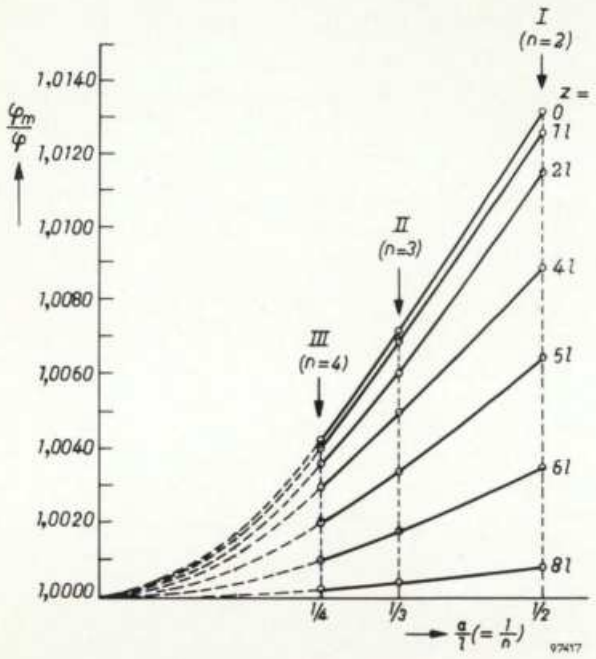


Fig. 18. De relatieve fout (gemeten waarde φ_m gedeeld door de „juiste" waarde φ) in de potentiaalverdeling van fig. 17 als functie van de maaswijdte a van het mathematische net. Als abscis is uitgezet a/l, dus het reciproke maasgetal $1/n$. De krommen corresponderen met verschillende punten op de z-as. Iedere kromme is getrokken door drie meetpunten die met de modellen *I*, *II* en *III* op het weerstandsnetwerk (zie fig. 16) werden bepaald. Zelfs bij het grofste mathematische net zijn de fouten slechts klein.

De verschillen voor de drie maasgetallen verdwijnen in de lijndikte.

Uit de drie waarden die men vindt voor ieder punt op de as is volgens de methode van extrapolatie van Culver[16]) een waarde berekend die als de juiste is opgevat. De quotiënten van de drie gemeten waarden en deze „juiste" waarde zijn in *fig. 18* uitgezet, waarna door de drie gevonden punten een vloeiende lijn is getrokken. Dit is gedaan voor een aantal punten op de z-as. Uit de figuur blijkt duidelijk hoe gering de invloed van de eindige maaswijdte is op de uitkomsten van de metingen.

Samenvatting. Het weerstandsnetwerk heeft zich naast de elektrolytische trog een plaats verworven als hulpmiddel voor de oplossing van de differentiaalvergelijking van Laplace bij gegeven randvoorwaarden. Voor de praktijk zijn twee soorten netwerken van belang. De eerste soort dient voor tweedimensionele, de tweede voor rotatiesymmetrische driedimensionele problemen. In beide gevallen reduceert de vergelijking van Laplace zich tot een differentiaalvergelijking met slechts twee onafhankelijke veranderlijken. Het netwerk bestaat uit weerstanden waarvan er in ieder knooppunt vier samenkomen. Deze knooppunten corresponderen met de netpunten van een kwadratisch net (het mathematische net) dat men aangebracht denkt in de veldruimte. Tussen de knooppunten die corresponderen met de randen, legt men spanningen die zich verhouden als de verschillen tussen de waarden der gezochte functie, die op deze randen gegeven zijn. Mits de weerstanden in het netwerk de juiste waarden hebben, nemen dan de overige knooppunten potentialen aan die bij benadering evenredig zijn met de gezochte functie. De afwijking nadert tot nul als de maaswijdte van het mathematische net tot nul nadert. Hoe men de weerstandswaarden dient te kiezen voor het tweedimensionele, en hoe voor het rotatiesymmetrische driedimensionele probleem, wordt in het artikel afgeleid. Vervolgens wordt de praktische uitvoering besproken. Als toepassingsvoorbeeld worden, met behulp van een weerstandsnetwerk voor rotatiesymmetrische problemen, grafieken afgeleid die dienen ter bepaling van de afknijpspanning en van de maximale katodebelasting van elektronenkanonnen met vier elektrodes. Aan de hand van voorbeelden wordt ten slotte aangetoond dat de fout ten gevolge van de eindige maaswijdte zeer gering is.

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

VECTOR-ELEKTROCARDIOGRAFIE

door G. C. E. BURGER *) en G. KLEIN. 621.3.012.1:612.17:612.172.4

De ontwikkeling van de elektronentechniek stelt de medicus in staat om bij de diagnostiek gebruik te maken van steeds geraffineerder fysische methodes. Een van deze methodes, waarvan de ontwikkeling in de laatste 20 jaar aanzienlijke vorderingen heeft gemaakt, is het onderzoek van de elektrische verschijnselen die gepaard gaan met de contractie van het hart, met behulp van de zg. vector-elektrocardiograaf. In het hier volgend artikel wordt een beschrijving gegeven van een der vector-elektrocardiografen die in het Philipslaboratorium te Eindhoven gebouwd werden en die in Philips' Gezondheidscentrum in gebruik is. Deze beschrijving wordt voorafgegaan door een inleiding, waarin men, naast een korte bespreking van de fysische grondslagen der vector-elektrocardiografie, iets vindt over de aard van de genoemde elektrische verschijnselen en waarin iets gezegd wordt over het verband tussen de vector- en de gewone elektrocardiografie, waarvan eerstgenoemde als een verdere ontwikkeling te beschouwen is.

Inleiding

Een belangrijk hulpmiddel bij het medische hartonderzoek is de bestudering van de elektrische verschijnselen die optreden tijdens de contractie en de daarop volgende ontspanning van de hartspier. Deze elektrische verschijnselen hangen samen met de wijze waarop de prikkel die tot de contractie aanleiding geeft, zich over de hartspier uitbreidt. Ze stellen de cardioloog in staat om iets te weten te komen over hartafwijkingen die hierin een verandering teweegbrengen, zoals b.v. de aanwezigheid van een inactief deel of een vergroting van de hartspier (hypertrofie). Afwijkingen van zuiver mechanische aard (openingen in het harttussenschot, klepgebreken) behoren in eerste instantie gewoonlijk niet tot deze categorie, maar zijn niet zelden oorzaak van het ontstaan van andere afwijkingen die zich weer wèl door een elektrisch verschijnsel manifesteren.

Elektrische verschijnselen bij spiercontractie

De genoemde elektrische verschijnselen worden ongeveer als volgt teweeggebracht.

In de rusttoestand vormt de wand van iedere spiervezel (een membraan) een elektrische dubbellaag; de potentiaal van het inwendige van de vezel is ca. 60 mV lager dan die van de omgeving. Men noemt dit verschijnsel polarisatie. Op de plaats waar aan de vezel een prikkel wordt toegevoerd, valt dit potentiaalverschil — de zg. membraanspanning of rustpotentiaal — in zeer korte tijd (ca. 1 ms) weg en keert zelfs van teken om (maximumwaarde ca. 35 mV); men noemt dit de depolarisatie. Ten gevolge van dit effect gaat er in het gehele volume van het milieu een, van plaats tot plaats in sterkte variërende, stroom vloeien van de intacte vezelwand naar het geprikkelde gedeelte. Deze stroom manifesteert zich aan de grens van het milieu, in casu het oppervlak van het menselijk lichaam, in potentiaalverschillen tussen de verschillende punten daarvan (*fig. 1*).

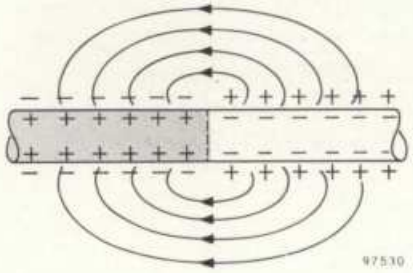


Fig. 1. Schematische voorstelling van gedeeltelijk geprikkelde spiervezel. Het niet geprikkelde deel heeft een potentiaal die lager is dan die van het milieu; bij het geprikkelde deel (geschaduwd) is dit potentiaalverschil van teken omgekeerd. Dit veroorzaakt een stroom in het milieu.

De stroom in het milieu kan men zich formeel voorstellen te zijn opgewekt door een galvanisch element waarvan de aansluitklemmen zich op een kleine afstand van elkaar op de hartlijn van de vezel bevinden (dipool). De positieve pool representeert het intacte gedeelte, de negatieve het geprikkelde. Het stroomveld wordt nu bepaald door een grootheid die enerzijds afhangt van het potentiaalverschil tussen de klemmen (de elektromotorische kracht) en van hun afstand, en anderzijds van de richting van de juistgenoemde hartlijn, d.w.z. door een vectorgrootheid.

Door het vloeien van de stroom worden, vooral dicht bij de rand van de geprikkelde zone, ladingdragers aan de omgeving van de intacte wand onttrokken, zodat het potentiaalverschil tussen de

*) Hoogleraar aan de Gemeentelijke Universiteit te Amsterdam. Tot voor kort stond Prof. Burger aan het hoofd van de Medische Dienst van de N.V. Philips, welke functie hij thans wegens het bereiken van de pensioengerechtigde leeftijd heeft neergelegd.

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

beide zijden van de wand daalt. Dit fungeert weer als een prikkel, zodat ook ter plaatse de membraanspanning op de bovenbeschreven wijze reageert; anders gezegd: de grens tussen geprikkeld en niet geprikkeld gebied plant zich voort in de lengterichting van de spiervezel. Voor de vezels van de hartspier is de voortplantingssnelheid van de orde van grootte van een halve meter per seconde. Er zij nog opgemerkt dat het overgangsgebied tussen het geprikkelde en niet-geprikkelde deel van deze vezels buitengewoon kort is en in ieder geval klein ten opzichte van de afmetingen van het hart.

Direct nadat een bepaalde plaats van een vezel in de geprikkelde toestand is overgegaan, begint de membraanspanning weer naar de rustwaarde terug te keren — de zg. repolarisatie — en bereikt deze na ongeveer 0,4 seconde. Dit relatief trage herstel heeft tot gevolg dat het geprikkelde deel van een vezel een lengte van niet minder dan ca. 35 cm zou kunnen hebben indien de vezel maar voldoende lang was. In werkelijkheid is de lengte van de vezels veel kleiner. Het menselijke hart kan dus gedurende enkele tiende seconden in zijn geheel in een gedepolariseerde toestand verkeren.

De elektrische werking van de grens tussen geprikkeld en hersteld gebied is analoog met die van de voorkant van het geprikkelde gebied. De bij de repolarisatie behorende vectorgrootheid neemt echter pas enkele tiende seconden na het begin van de prikkel een aanmerkelijke waarde aan.

Een elektrische dubbellaag met eigenschappen die overeenkomen met die van spiervezels, treft men, althans zolang ze leven, aan in de wanden van alle op prikkels reagerende biologische structuren (zenuwen, spieren, klieren, receptoren van zintuigen enz.). Het potentiaalverschil is een gevolg van de voor verschillende ionensoorten zeer verschillende permeabiliteit van het membraan. Voor SO_4^{2-}-ionen en de grote organische ionen die zich in de vezel bevinden, is het in 't geheel niet permeabel, voor Na^+ slechts zeer weinig, maar voor K^+ en Cl^- relatief goed. Dientengevolge hebben de diverse ionensoorten binnen en buiten een zeer verschillende concentratie. De rustpotentiaal is nagenoeg gelijk aan de diffusiepotentiaal van de K^+-ionen. Door de werking van een prikkel wordt plotseling de permeabiliteit voor Na^+-ionen ongeveer 500× zo groot en overtreft dan gedurende korte tijd verre die voor K^+-ionen. Dientengevolge keert de membraanspanning van teken om en wordt in waarde bijna gelijk aan de Na^+-diffusiepotentiaal. Na^+-ionen stromen dan naar binnen, K^+-ionen naar buiten.

Na afloop van de prikkel keert de permeabiliteit naar de oorspronkelijke waarde terug. De uitgestroomde K^+-ionen diffunderen door de wand weer naar binnen, de binnengekomen Na^+-ionen zijn nu echter „gevangen" en worden naar buiten „gepompt" door een met de stofwisseling in verband staand proces, de zg. natriumpomp.

Hoewel het elektrofysiologische zenuwonderzoek vooral de laatste tien jaren grote vorderingen heeft gemaakt, is het tot heden niet precies bekend hoe de juistgenoemde Na^+-pomp werkt, noch hoe het komt dat na het toedienen van een prikkel de permeabiliteit van de wand voor de Na^+-ionen plotseling een geheel andere wordt, en evenmin hoe het herstel van de rusttoestand plaatsvindt [1]).

De hartvector

Indien men de gehele hartspier beschouwt, dan is het stroomveld dat deze in het lichaam doet ontstaan, de som van de bijdragen van ieder der vezels afzonderlijk. Op grote afstand van de bron is dit stroomveld niet te onderscheiden van dat van één enkele vezel waarvan de elektromotorische werking gekarakteriseerd is door een vector die gelijk is aan de (vector)som van de vectoren die de werking beschrijven van ieder der tot de spier behorende vezels. Dicht bij het hart geldt dit niet meer; daar leveren de dichtstbij gelegen delen van de spier een grotere bijdrage tot het stroomveld in zeker punt dan de verder verwijderde.

De zojuist genoemde vectorsom, die dus de elektromotorische werking van de gehele hartspier beschrijft zoals die zich op grote afstand in het milieu manifesteert, noemt men de hartvector (*fig. 2*).

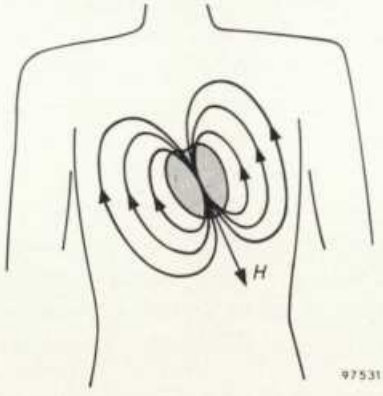


Fig. 2. De elektrische werking van het hart zoals die zich op grote afstand ervan manifesteert in potentiaalverschillen tussen de diverse punten van het milieu, kan beschreven worden door een vector **H**. Gedurende de hartslag varieert deze vector sterk van grootte en van richting.

Door de gecompliceerdheid van de wijze waarop de hartspier gedepolariseerd en gerepolariseerd wordt, verandert deze vector gedurende de hartslag sterk van grootte èn van richting. Indien men zich de hartvector voorgesteld denkt door een pijl waarvan het ene uiteinde zich in een vast punt bevindt, dan zwaait deze pijl dus, al variërend van lengte, gedurende de hartslag om dit vaste punt. De pijlpunt beschrijft in de ruimte een grillige kromme, het vector-elektrocardiogram (Vcg).

[1]) Een overzicht van de huidige stand van de kennis op dit gebied vindt men in A. von Muralt, Neue Ergebnisse der Nervenphysiologie, Springer, Berlijn 1958, of in J. C. Eccles, The physiology of nerve cells, Johns Hopkins Press, Baltimore 1957.

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

Gewone en vector-elektrocardiografie

Zoals reeds werd vermeld, veroorzaakt de stroom die in het lichaam vloeit, potentiaalverschillen tussen de verschillende punten van het lichaamsoppervlak. Deze potentiaalverschillen zijn van de orde van grootte van 1 mV. Door gebruik te maken van een gevoelig en snel aanwijzend meetinstrument met grote inwendige weerstand, kan men deze potentiaalverschillen meten en het verloop met de tijd ervan registreren. Men verkrijgt dan een gewoon elektrocardiogram (Ecg). Het uiterlijk hiervan varieert natuurlijk met de gekozen combinatie van punten waartussen men meet.

Men noemt zo'n combinatie van twee contactpunten gewoonlijk een afleiding. Het aantal afleidingen dat men kan kiezen, is in principe natuurlijk zeer groot. Om begrijpelijke redenen brengt men in de praktijk de elektrodes aan op een aantal standaardplaatsen, waarvan de oudste zijn de beide armen en het linkerbeen. Verder heeft men een aantal standaardplaatsen op rug en borst gekozen; soms laat men ook een elektrode neer in de slokdarm. Bij een volledig elektrocardiologisch onderzoek neemt men in de regel elektrocardiogrammen op voor een groot aantal afleidingen.

Hierbij zij nog opgemerkt dat men een aantal afleidingen niet verkrijgt door het meetinstrument rechtstreeks met twee elektrodes te verbinden, maar door slechts één klem ervan direct met de elektrode te verbinden en de andere via weerstanden van ca. 5000 Ω met drie andere, die zich op de beide armen en het linkerbeen bevinden. De potentiaal van deze klem wordt aldus gelijk aan het gemiddelde van de potentialen van deze drie elektrodes, wat overigens niet wil zeggen dat dit gemiddelde nul is of een andere, niet met de tijd variërende, waarde heeft. De afleidingen tussen elektrodes op de armen en op het linkerbeen zijn de drie zg. standaardafleidingen van Einthoven. Daar de stroomlijnen nagenoeg niet in de extremiteiten doordringen, doet het er weinig toe waar men de elektrode precies aanlegt. Dit maakt het werken met deze afleidingen gemakkelijk.

Uiteraard is het voor het verkrijgen van goede opnamen noodzakelijk dat de potentiaalverschillen die aan het apparaat worden toegevoerd, uitsluitend worden veroorzaakt door de werking van het hart. De patiënt dient zich dan ook geheel te ontspannen. De van andere spieren afkomstige potentiaalverschillen vormen dikwijls de belangrijkste storing.

Het uiterlijk van Ecg en Vcg in relatie tot de hartwerking

Alvorens nader in te gaan op de vraag hoe men een vector-elektrocardiogram opneemt, willen we nog iets naders zeggen over de werking van de hartspier en de wijze waarop die zich in Ecg en Vcg manifesteert.

Zoals bekend, bestaat het hart uit twee delen: linkerhart en rechterhart, gescheiden door het tussenschot of septum, welke delen ieder bestaan uit een voorkamer (ook boezem of atrium geheten), waar het bloed binnenkomt, en een kamer (of ventrikel), die het bloed in de desbetreffende slagader perst. Het rechterhart ontvangt zuurstofarm bloed en perst dit naar de longen, het linkerhart ontvangt zuurstofrijk bloed van de longen en perst dit naar de zuurstofverbruikende delen (organen, weefsels) van het lichaam (*fig. 3a*).

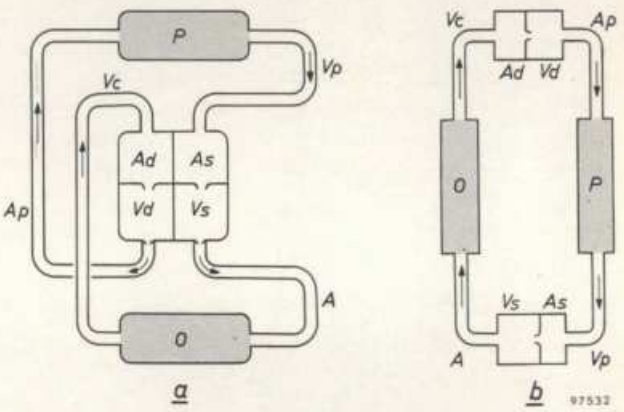


Fig. 3. *a*) Schematische voorstelling van de bloedsomloop van de mens. *As* linker voorkamer, *Vs* linker kamer, *A* aorta, *O* organen, *Vc* holle ader, *Ad* rechter voorkamer, *Vd* rechter kamer, *Ap* longslagader, *P* longen, *Vp* longader. *b*) Idem met de beide helften van het hart gescheiden getekend. Deze helften zijn tegelijkertijd werkende, in serie geschakelde pompen.

Feitelijk kan men beide harthelften beschouwen als twee afzonderlijke, in serie geschakelde pompen (fig. 3*b*). De vaatsystemen tussen de beide pompen noemt men resp. kleine (longen) en grote bloedsomloop.

Het septum is, voor zover het zich tussen de voorkamers bevindt, een vlies; de buitenwand van de voorkamers is een vrij dunne spier. Het bovenste gedeelte van het septum tussen de kamers is eveneens een vlies, maar gaat iets lager over in een spierwand, die één geheel vormt met de buitenwand van de kamers. Dit geheel draagt de naam hartspier of myocardium. De bovenzijde ervan noemt men basis, de onderzijde — d.i. de punt van het hart — apex (*fig. 4*).

De depolarisatie vindt aldus plaats dat de prikkel begint in de knoop van Keith en Flack (ook sinusknoop genoemd), die zich in de wand van de rechter voorkamer bevindt. Vanuit dit punt breidt de prikkel zich uit over de wand van beide voorkamers. De voorkamers contraheren nagenoeg tegelijkertijd. Op zeker ogenblik bereikt de geprikkelde zone de knoop van His-Tawara, die zich in het septum bevindt dicht bij de basis van het myocardium (en daarom ook wel atrio-ventriculaire knoop wordt genoemd). In deze knoop ontspringt een speciaal prikkelgeleidingssysteem.

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

Dit bestaat uit een bundel vezels van niet contraherend spierweefsel (de zg. bundel van His), die zich daar waar het septum ophoudt vliezig te zijn en in het myocardium overgaat, in twee takken splitst, die zich ieder aan een zijde van het septum

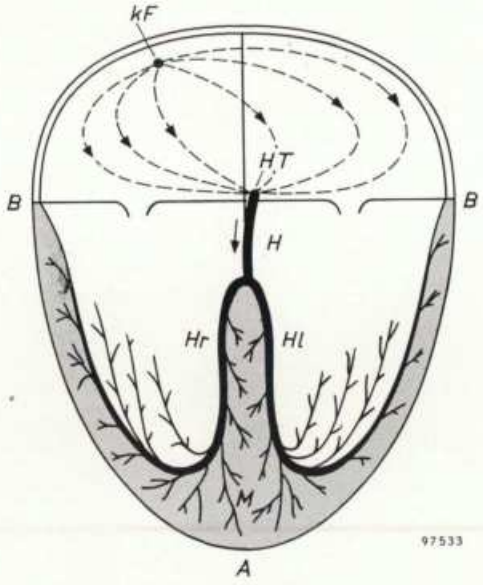


Fig. 4. Schematische voorstelling van de prikkelgeleiding in het hart. *A* apex, *B-B* basis, *M* hartspier (myocardium), *KF* knoop van Keith en Flack (sinusknoop) *HT* knoop van His-Tawara (atrio-ventriculaire knoop). *H* onvertakt gedeelte van de bundel van His. *Hl* linkerbundeltak, *Hr* rechterbundeltak.

voortzetten. Deze takken splitsen zich ieder opnieuw in een groot aantal vezels, die zich aan de binnenzijde van het myocardium over de gehele wand der beide kamers uitstrekken en waarvan nog weer fijnere vertakkingen uitgaan die in het myocardium zèlf doordringen. Van deze vertakkingen van de bundel van His uit plant de prikkel zich voort in de vezels van de hartspier. Na enkele tiende seconden begint de repolarisatie.

Met de drie na elkaar plaatsvindende gebeurtenissen, depolarisatie der voorkamers, depolarisatie der kamers en repolarisatie der kamers, corresponderen in het gewone en het vector-elektrocardiogram ook drie goed van elkaar te onderscheiden stukken. Deze worden resp. aangeduid met *P*, *QRS* en *T*. *Fig. 5* toont een normaal elektrocardiogram, verkregen door registratie van het potentiaalverschil tussen rechter- en linkerarm. Men ziet dat de drie elektrische verschijnselen gescheiden zijn door kleine tijdsintervallen, gedurende welke het potentiaalverschil nul is. In het vector-elektrocardiogram vindt men de drie verschijnselen terug in de vorm van drie lussen, waarvan begin- en eindpunt steeds in de oorsprong liggen. De vorm van de *QRS*-lus en het al of niet in de oorsprong terugkeren van deze lus voordat de *T*-lus begint, zijn voor de medicus van groot belang. De vorm van de *P*-lus is klinisch (nog) niet belangrijk.

Tot slot zij er hier nogmaals op gewezen dat de hartvector de vectorsom is van een groot aantal in richting en grootte verschillende deelvectoren. Over deze deelvectoren afzonderlijk zegt het Vcg niets. Men mag de relatie tussen de richting van de hartvector en de prikkelingstoestand van het hart op zeker ogenblik niet te simplistisch beschouwen. Alleen gedurende het allereerste begin van de depolarisatie van het myocardium (begin van de *QRS*-lus) en gedurende het allereerste begin van de repolarisatie kan men de richting van de vector eenvoudig correleren met de richting waarin de toestandsverandering zich uitbreidt.

Mathematische grondslagen van de vector-elektrocardiografie

In de vector-elektrocardiografie stelt men zich niet tevreden met het registreren van een aantal afzonderlijke elektrocardiogrammen, maar tracht men het verloop van de hartvector zelf, het reeds genoemde vector-elektrocardiogram, te vinden [2]). Aangenomen dat men het stroomveld, zoals dat zich aan het lichaamsoppervlak manifesteert, mag beschouwen als te zijn opgewekt door een stilstaande puntvormige dipool, heeft men hiervoor voldoende aan slechts drie onderling onafhankelijke afleidingen.

Daar de afmetingen van het hart nu eenmaal niet bijzonder klein zijn, is de juistgenoemde veronderstelling alleen min of meer in overeenstemming met de werkelijkheid voor plaatsen op het lichaamsoppervlak die zich op een niet te kleine afstand van het hart bevinden. Verder is het natuur-

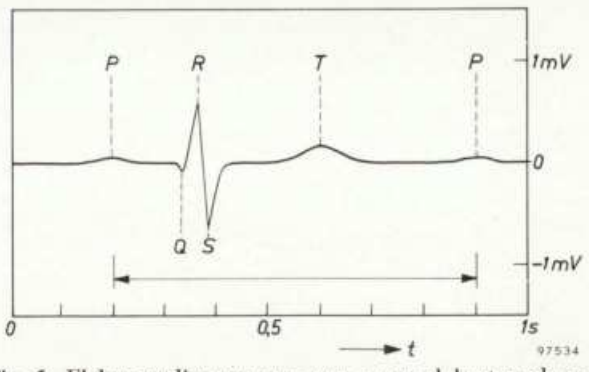


Fig. 5. Elektrocardiogram van een normaal hart zoals men vindt indien de elektrodes worden aangelegd aan de rechter- en de linkerarm. Er zijn drie afzonderlijke gedeelten, die resp. corresponderen met de depolarisatie van de voorkamers (*P*-top), die van het myocardium (*QRS*-complex) en de repolarisatie van het myocardium (*T*-top). De lengte van de pijl komt overeen met de tijd die verloopt tussen twee hartslagen.

[2]) De eerste onderzoeker op dit gebied was H. Mann (Arch. int. Med. **25**, 283, 1920). De eerste vector-elektrocardiograaf werd beschreven door H. E. en W. Hollmann, Z. Kreislaufforschung **29**, 465, 1937.

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

lijk (evenals in de gewone elektrocardiografie) verstandig de elektrodes niet te dicht bij elkaar te plaatsen. Drie van de vier elektrodes plaatst men voor het gemak dikwijls op de extremiteiten, de vierde kan men dan ergens op de romp aanleggen. We komen hierop aanstonds nog terug.

Het probleem hoe op ieder tijdstip de grootte en de richting van de hartvector samenhangen met de potentiaalverschillen tussen de elektrodes — een probleem van puur mathematisch-fysische aard! —, wordt als volgt opgelost [3]). Uit fysische overwegingen kan men besluiten dat het verband tussen de drie onafhankelijke potentiaalverschillen P_1, P_2 en P_3 en de grootte van drie onderling loodrechte componenten X, Y en Z waarin men de hartvector **H** kan ontbinden, lineair is en dus beschreven kan worden door de formules:

$$P_1 = a_1 X + b_1 Y + c_1 Z \quad . \; . \; . \quad (1a)$$

$$P_2 = a_2 X + b_2 Y + c_2 Z \quad . \; . \; . \quad (1b)$$

$$P_3 = a_3 X + b_3 Y + c_3 Z \quad . \; . \; . \quad (1c)$$

De coëfficiënten a_1 t/m c_3 zijn constanten, die (behalve uiteraard door de richting waarin men de assen kiest; zie *fig. 6*) bepaald worden door de vorm van de diverse delen van het lichaam (spieren, longen, wervelkolom enz.) en de verhouding van derzelver geleidingsvermogens, door de plaats waar men zich de dipool in het lichaam gelokaliseerd moet denken en ten slotte door de plaats van de elektrodes.

De waarden die de coëfficiënten a_1 t/m c_3 voor diverse combinaties van afleidingen aannemen, heeft men kunnen bepalen door metingen aan een model van het menselijk lichaam [4]). In dit model waren ook „longen" en een „wervelkolom" aangebracht. De longen waren gemaakt van zodanig materiaal dat de verhouding tussen hun elektrisch geleidingsvermogen en dat van de rest van de romp ongeveer gelijk was aan die welke in het lichaam verondersteld wordt te bestaan. De wervelkolom was vervaardigd van een zeer slecht geleidend materiaal.

Door de vergelijkingen (1) op te lossen, vindt men voor de componenten van de hartvector de formules:

$$X = \alpha_1 P_1 + \alpha_2 P_2 + \alpha_3 P_3 \quad . \; . \quad (2a)$$

$$Y = \beta_1 P_1 + \beta_2 P_2 + \beta_3 P_3 \quad . \; . \quad (2b)$$

$$Z = \gamma_1 P_1 + \gamma_2 P_2 + \gamma_3 P_3 \quad . \; . \quad (2c)$$

De coëfficiënten α_1 t/m γ_3 zijn ook hier weer constanten. Men kan ze berekenen uit a_1 t/m c_3. Daar formule (2) algemeen geldt, moet men dus, indien men metingen vergelijkt die met verschillende afleidingen zijn gedaan, steeds dezelfde X, Y en Z vinden mits voor de berekening ervan die waarden voor α_1 t/m γ_3 zijn gebruikt die bij de desbetreffende

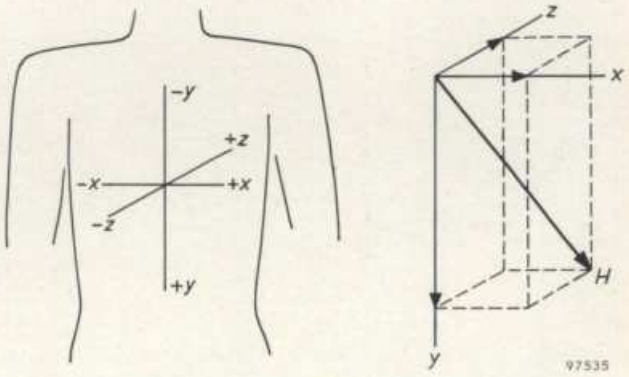


Fig. 6. De voor de vector-elektrocardiografie gekozen coördinaatassen volgens de conventie van de American Heart Association. Het XY-vlak is het frontale, het XZ-vlak het horizontale en het YZ-vlak het sagittale vlak.

afleidingen behoren. Door dergelijke vergelijkende metingen uit te voeren aan patiënten, heeft men dus een mogelijkheid van controle op de juistheid van de met het model verkregen waarden van a_1 t/m c_3 en kan men een antwoord krijgen op de vraag in hoeverre de ruimtelijke uitgebreidheid van het hart nog storend is.

Het opnemen van een vector-elektrocardiogram

In de vector-elektrocardiograaf die in dit artikel nog ter sprake zal komen, wordt het berekenen van de componenten van de hartvector uit de formules (2) automatisch uitgevoerd. De spanningen P_1, P_2 en P_3 worden daarin, na versterkt te zijn, toegevoerd aan een aantal potentiometers, waardoor van ieder der signalen de juiste fractie wordt verkregen. Hierna worden deze fracties gesommeerd. Daar het apparaat dit voor ieder van de vergelijkingen (2) doet, verkrijgt men dus drie signalen, die resp. evenredig zijn met X, Y en Z.

Men vindt nu de vorm van de eerder genoemde kromme lijn die de punt van de hartvectorpijl in de ruimte beschrijft, door achtereenvolgens combinaties van twee der signalen toe te voeren aan de twee paren afbuigplaten van een katodestraaloscillograaf. Kiest men bij voorbeeld de signalen die de X- en de Z-component vertegenwoordigen, dan verschijnt op het scherm de projectie van de juist genoemde kromme op het horizontale vlak. Analoog leveren X en Y de frontale en Y en Z de sagittale projectie. Door met geregelde tussentijden (b.v. $^1/_{200}$ s) de elektronenbundel te onderdrukken, verkrijgt men tijdmerken, met behulp waarvan men de

[3]) H. C. Burger en J. B. van Milaan, Brit. Heart J. **8**, 157-160, 1946.

[4]) H. C. Burger en J. B. van Milaan, Brit. Heart J. **9**, 154-160, 1947. Zie ook Acta med. Scand. **114**, 584, 1943.

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

met elkaar corresponderende punten in de diverse projecties kan vinden. Door de registratie af te breken voordat de hartslag ten einde is, of door de lijndikte tussen iedere twee tijdmerken te variëren, kan men de richting bepalen waarin de lijn doorlopen wordt.

tijdmerken over te nemen, verkrijgt men gegevens over de snelheid waarmee de punt van de pijl de diverse gedeelten van de lussen doorloopt.

Teruggrijpend op het slot van de vorige paragraaf zij hier vermeld dat voor een aantal onderzochte elektrodeconfiguraties, waarvan de desbetreffende

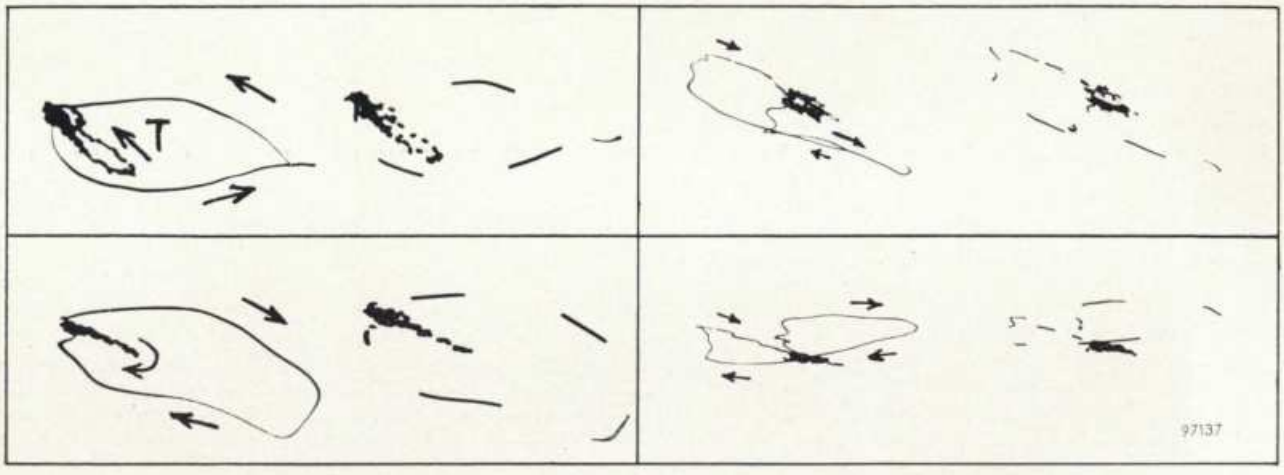


Fig. 7. Horizontale (boven) en frontale (beneden) projectie van het vectorelektrocardiogram van een normaal hart (linker kolom) en van een afwijkend hart (rechter kolom). De oscillogrammen zijn steeds twee aan twee gelijk, met dien verstande dat bij één van ieder tweetal de elektronenbundel 200 maal per seconde werd onderbroken.

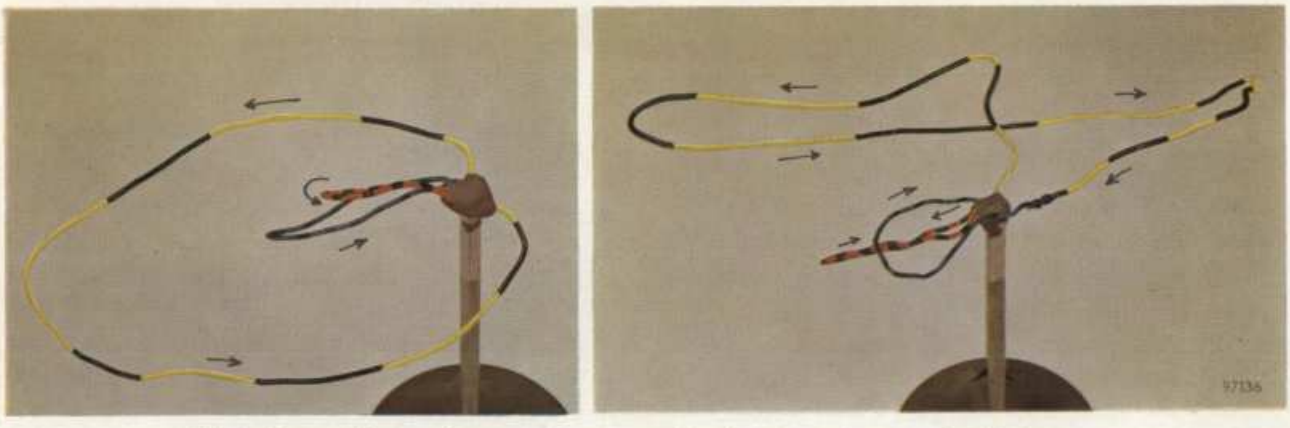


Fig. 8. Vector-elektrocardiogram in de vorm van draadfiguur, van het normale (links) resp. afwijkende hart (rechts) waarvan fig. 7 twee projecties toonde. De delen (lussen) die overeenkomen met de depolarisatie der voorkamers (*P*; rood), met die der kamers (*QRS*; geel) en met de repolarisatie van de kamers (*T*; blauw), beginnen en eindigen bij het normale hart alle in de oorsprong. Bij het afwijkende hart is dit echter met de *QRS*- en de *T*-lus (geel en blauw) niet zo. De pijlen geven aan in welke richting de drie lussen doorlopen worden. (Men kijkt hier de patiënt schuin van boven op de rug).

Met enige oefening is het goed mogelijk om uit twee van de drie projecties en met behulp van de daarin voorkomende tijdmerken een draadfiguur te maken die overeenkomt met de gezochte ruimtekromme. De derde projectie heeft men in principe niet nodig; wel wordt het maken van de draadfiguur dikwijls gemakkelijker indien men over drie projecties beschikt.

Fig. 7 toont enkele projecties en *fig. 8* de daaruit afgeleide draadfiguren. Door ook op deze figuren de

coëfficiënten bekend zijn, de overeenstemming tussen de hiermee bij een patiënt verkregen vectorelektrocardiogrammen voor een grote fractie van het aantal gevallen (70 tot 80%) zeer bevredigend is voor zover het de frontale projectie betreft. Ten aanzien van de projecties waarin de *Z*-component (voor-achter) een rol speelt, is de overeenstemming wat minder goed. Nader onderzoek heeft geleerd dat men de overeenstemming niet kan verbeteren door andere coëfficiënten te kiezen. Hieruit valt te concluderen

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

dat er niet geheel voldaan is aan de fysische voorwaarden waaraan de plaats der elektrodes moet voldoen, wil men werkelijk de hartvector (de vectorsom der deelvectoren) in handen krijgen. Daar men de elektrodes uiteraard niet op een grotere afstand van het hart kan plaatsen dan de afmetingen van de romp toelaten, onderzoekt men thans systemen waarbij meer dan vier elektrodes gebruikt worden. Door een groter aantal elektrodes te gebruiken, is het beter mogelijk om de invloed van de ruimtelijke uitgebreidheid van het hart te elimineren, d.w.z. om de hartvector onvervormd te registreren[5]). Het aanstonds te bespreken instrument is dan ook zodanig ontworpen dat het zowel bruikbaar is voor een systeem met vier als voor een systeem met vijf elektrodes. Anderzijds zij opgemerkt dat in die gevallen waarbij de overeenstemming van de met deze beide systemen van afleidingen verkregen vektor-elektrocardiogrammen slecht is, de afwijkingen zeer zelden van dien aard zijn dat ze tot belangrijke klinische vergissingen zouden leiden indien de arts zich slechts op het vector-elektrocardiogram alléén zou verlaten. Wèl nopen ze tot een zekere bescheidenheid bij de interpretatie van een vector-elektrocardiogram.

De geometrische relatie tussen vector- en gewoon elektrocardiogram

De relatie tussen het vector-elektrocardiogram en de elektrocardiogrammen die met zeker drietal afleidingen verkregen worden, wordt analytisch gegeven door de formules (1). Realiseren we ons dat b.v. in formule (1a) het potentiaalverschil P_1 een scalaire grootheid is, terwijl X, Y en Z de componenten van een vector zijn, dan kunnen we concluderen dat a_1, b_1 en c_1 noodzakelijk óók de componenten van een vector $\mathbf{p}_1$ moeten zijn. P_1 is het scalaire produkt van de vectoren $\mathbf{p}_1$ en $\mathbf{H}$. Evenzo is P_2 gelijk aan het scalaire produkt van $\mathbf{p}_2$ en $\mathbf{H}$, enz. De vectoren $\mathbf{p}_1$ enz. noemt men afleidingsvectoren.

Anderzijds geldt dat men de grootte van het scalaire produkt van twee vectoren vindt door de grootte van een der vectoren te vermenigvuldigen met de grootte van de projectie van de andere op deze. In formule:

$$P_1 = |\mathbf{p}_1||\mathbf{H}| \cos \varphi, \quad \ldots\ldots \quad (3)$$

waarin φ de hoek is die $\mathbf{p}_1$ en $\mathbf{H}$ insluiten. Tekenen we nu in de ruimte een tetraëder waarvan de richting en de lengte van drie der ribben overeenkomt met die van de afleidingsvectoren $\mathbf{p}_1$, $\mathbf{p}_2$ en $\mathbf{p}_3$, dan kunnen we uit het voorgaande concluderen dat we P_1 zullen vinden door de hartvector $\mathbf{H}$ te projecteren op de ribbe $\mathbf{p}_1$ (a_1, b_1, c_1) en de lengte van de projectie (die immers $|\mathbf{H}| \cos \varphi$ is) te vermenigvuldigen met de lengte van genoemde ribbe, enz.

Men kan uiteraard een dergelijke tetraëder construeren voor ieder willekeurig viertal elektrodeplaatsen. We kiezen nu telkens drie afleidingen zo dat ze één elektrode gemeenschappelijk hebben, en we tekenen de tetraëder aldus dat de afleidingsvectoren in één hoekpunt samen komen. Door, overgaande van één viertal op een ander viertal elektrodes, steeds één punt vast te houden, verkrijgt men een door de hoekpunten der tetraëders gevormd oppervlak, waarvan ieder punt dus correspondeert met een punt op het oppervlak van het menselijk lichaam. Men heeft laatstgenoemd oppervlak (in de empirische ruimte) dan getransformeerd tot een oppervlak in de elektrische beeldruimte. De verbindingslijn van twee punten op dit oppervlak is dus de afleidingsvector van de afleiding die bestaat uit de twee corresponderende punten op het menselijk lichaam. Deze vector heeft natuurlijk in het algemeen een geheel andere richting en grootte dan de verbindingslijn van de desbetreffende contactpunten in de empirische ruimte.

Ter illustratie kiezen we terwille van de eenvoud een tweedimensioneel voorbeeld (*fig. 9*). Het zal duidelijk zijn dat in dit voorbeeld zowel de denkbeeldige hartvector als de twee afleidingsvectoren ieder slechts twee componenten hebben, die

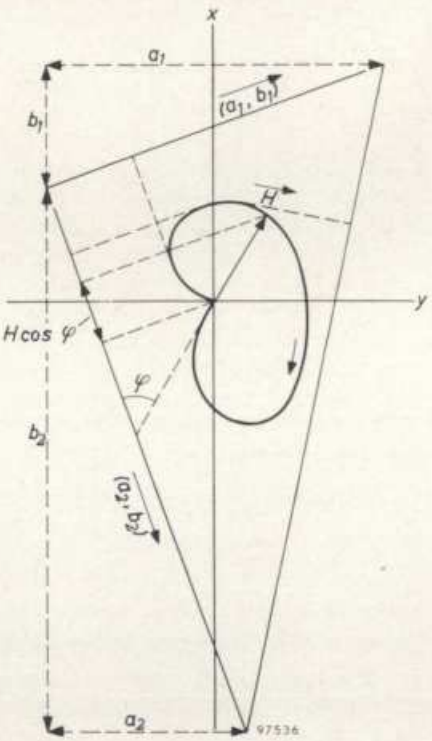


Fig. 9. Tweedimensionale illustratie van het verband tussen de hartvector $\mathbf{H}$ en de spanning P_1 die optreedt tussen zeker paar elektrodes. Er zijn in dit geval twee onafhankelijke spanningen P_1 en P_2. De bijbehorende afleidingen hebben ieder een afleidingsvector, met componenten a_1, b_1 resp. a_2, b_2. Deze vectoren vormen een (parallel in het vlak verschuifbare) driehoek. Meetkundig vindt men de grootte van b.v. P_1 door $\mathbf{H}$ te projecteren op de desbetreffende afleidingsvector en de lengte van de projectie ($|\mathbf{H}| \cos \varphi$) te vermenigvuldigen met de grootte van deze vector. Men ziet dat het tijdstip waarop zo'n projectie, en dus P_1, de grootste waarde bereikt, voor de drie afleidingen niet hetzelfde is!

[5]) Een systeem met vijf elektrodes werd beschreven door H. C. Burger (Annals of the New York Academy of Sciences **65**, 1076-1087, 1959), een met zes door O. H. Schmidt en E. Simonson (Arch. int. Med. **96**, 574, 1955) en een met zeven elektrodes door E. Frank (Circulation **13**, 737, 1956).

Uit een door D. Gabor en C. V. Nelson (J. appl. Phys. **25**, 413-416, 1954) opgestelde theorie blijkt dat het feit dat het hart niet klein is ten opzichte van de afmetingen van de borstkas, in principe geen beletsel is om de grootte en de richting van de hartvector (en ook zelfs zijn plaats) met grote nauwkeurigheid te bepalen. Men behoeft daartoe echter een zeer groot aantal (theoretisch oneindig veel) elektrodes. Ten einde tot een betrouwbare en tegelijkertijd praktisch hanteerbare methode te komen, gaat men thans na hoe het aantal elektrodes gereduceerd kan worden, zonder dat de precisie daar te veel onder lijdt.

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

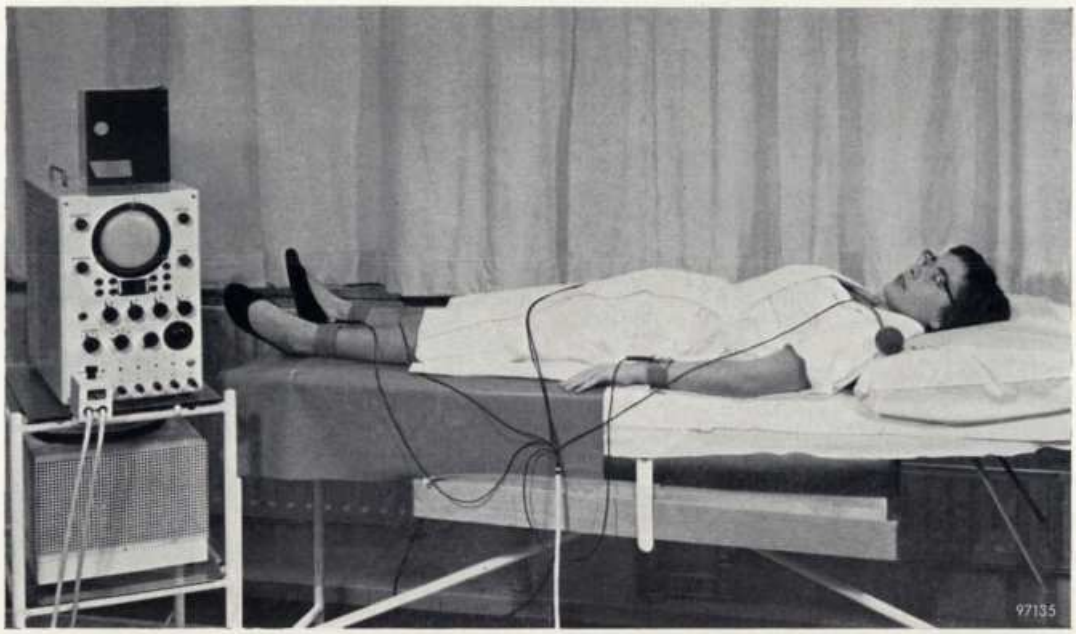


Fig. 10. De vector-elektrocardiograaf in gebruik. Men ziet dat er twee kabels op het instrument zijn aangesloten. Eén daarvan voert naar de patiënt die men op de foto ziet, de andere kan gebruikt worden om een tweede patiënt alvast aan te sluiten terwijl men de opnamen van de eerste maakt. Het toestel is daardoor beter geschikt voor routine-onderzoek. Ieder der kabels bevat zes draden, waarvan er vijf verbonden zijn met resp. het rechterbeen (hieraan wordt de patiënt geaard), de rechterarm (het gemeenschappelijke punt van alle afleidingen) en verder de linkerarm, het linkerbeen en de borst. De zesde kan aangesloten worden op een rugelektrode, maar is op de foto buiten gebruik (en daarom verbonden met de rechterarm). De rug- en borstelektrode worden aangebracht met behulp van een zuignapje. De voedingsschakelingen bevinden zich in de onderste kast, de overige schakelingen en de oscillograafbuis in de bovenste. De balg waarop de camera gemonteerd kan worden, is weggeklapt.

we resp. **X** en **Y**, a_1 en b_1, en a_2 en b_2 zullen noemen. De bovengenoemde tetraëder is hier gereduceerd tot een driehoek (die men in het XY-vlak willekeurig parallel mag verschuiven). De figuur toont hoe men de grootte en de richting van de zijden van deze driehoek uit de waarden van a_1 t/m b_2 kan afleiden en hoe men uit het vector-elektrocardiogram de elektrocardiogrammen kan terugvinden die men verkregen zou hebben uit de desbetreffende afleidingen. Men ziet dat de overeenkomstige toppen in de gewone elektrocardiogrammen niet gelijktijdig optreden. Hun volgorde wordt bepaald door de draaizin van de hartvector.

Een vectorcardiograaf voor gebruik in de kliniek

We bespreken thans een te Eindhoven voor eigen gebruik gebouwde vectorcardiograaf, welke geschikt is voor het werken met twee systemen van afleidingen en die op iedere gewenste plaats gebruikt kan worden [6]). Het eerste systeem is er een waarbij men elektrodes plaatst op het linkerbeen, de beide armen en het midden van de borst ter hoogte van de bovenkant der okselplooien; bij het tweede wordt nog een rugelektrode toegevoegd ter hoogte van de zevende wervel 2 cm links van het midden. Het apparaat (*fig. 10*) is uitgerust met een katodestraalbuis (schermdiameter 13 cm), waarvan de lichtstip achtereenvolgens de frontale, de horizontale en de sagittale projectie van het vectorcardiogram kan beschrijven. Een blokschema ervan ziet men in *fig. 11*. De spanningen L, F, B en W die resp. de linkerarm, het linkerbeen, de borst en de rug hebben ten opzichte van de rechterarm, worden ieder afzonderlijk versterkt door de vier versterkers A_1 t/m A_4. De versterkte signalen worden daarna toegevoerd aan de mengschakeling M, die de termen van de vergelijkingen (2) „uitrekent" en optelt. Van de drie door deze schakeling geproduceerde signalen,

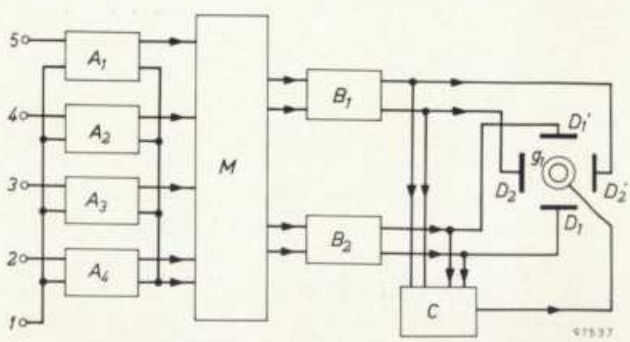


Fig. 11. Blokschema van de vectorcardiograaf. Alle spanningen worden gemeten ten opzichte van de rechterarm (klem *1*), en wel die van de linkerarm, het linkerbeen, de borst en eventueel de rug. A_1 t/m A_4 voorversterkers. M mengschakeling. B_1 en B_2 eindversterkers. D_1 en D_2 paren afbuigplaten van de oscillograafbuis. g_1 stuurrooster (Wehnelt-cilinder) daarvan. C bundelmodulator.

[6]) We spreken verder gemakshalve ook wel van vectorcardiograaf in plaats van vector-elektrocardiograaf.

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

die evenredig zijn met de X-, Y- en Z-component van de hartvector, worden er twee, na verdere versterking door B_1 resp. B_2, toegevoerd aan de horizontale resp. verticale afbuigplaten van de oscillograaf, zodat op het scherm steeds een projectie van het vectorcardiogram verschijnt. In de bundelmodulator C bevinden zich drie schakelingen. De eerste onderbreekt de bundel van de katodestraaloscillograaf periodiek, zodat men tijdmerken verkrijgt. De tweede varieert de intensiteit van de bundel met de schrijfsnelheid; hierdoor wordt in de eerste plaats voorkomen dat men in de oorsprong — waar de lichtstip relatief lang verblijft — een grote zwarte vlek op de film krijgt, die een juiste bepaling van de plaats ervan onmogelijk maakt, en in de tweede plaats dat de delen van de lijn die langzaam doorlopen worden, uitzonderlijk dik worden. De derde schakeling maakt het mogelijk om van de bestudeerde projectie slechts een deel zichtbaar te maken en de rest te onderdrukken; dit biedt tevens een mogelijkheid om te bepalen in welke richting het vectorcardiogram wordt doorlopen.

We zullen thans ieder dezer onderdelen afzonderlijk bespreken en daarna nog iets zeggen over de wijze waarop uitwendige storingen in het apparaat onderdrukt worden.

De voorversterkers

De voorversterkers in een vectorcardiograaf moeten voldoen aan de eis dat ze het potentiaalverschil versterken van twee punten die zich geen van beide op aardpotentiaal bevinden, en wel zodanig dat het gemiddelde van de potentiaal die deze punten hebben, op het uitgangssignaal generlei invloed heeft. Deze eis, die voor een gewone elektrocardiograaf evenzeer geldt, moet niet alleen worden gesteld omdat de hartwerking de potentiaal der contactpunten van de aardpotentiaal doet afwijken, maar ook in verband met het optreden van stoorsignalen (brom) die de potentiaal van het gehele lichaam van nul doen verschillen. Verder is een hoge ingangsimpedantie noodzakelijk, omdat 1) het inwendige van het lichaam niet beschouwd kan worden als een spanningsbron met kleine inwendige weerstand, en 2) de weerstand die een uit het lichaam naar een elektrodeplaatje vloeiende stroom ondervindt bij het passeren van de huid, enkele kΩ bedraagt, zelfs indien de huid is week gemaakt met een elektrodepasta [7]). Ten slotte mag de versterker constante spanningen, die o.a. een gevolg kunnen zijn van het gebruik van elektrodepasta, niet versterken, maar anderzijds moet de benedengrens van de frequentiekarakteristiek bij een frequentie liggen die niet hoger is dan ca. 0,1 Hz.

De schakeling die werd ontworpen voor de versterkers A_1 t/m A_4 (fig. 11) en die in hoge mate aan de juist genoemde eisen voldoet, is weergegeven in *fig. 12b*. De eerste trap van de versterker (onder de streeplijn) kan men zich op de volgende wijze afgeleid denken van de schakeling van een eenvoudige pentode-verschilversterker (fig. 12*a*): 1) de pentodes zijn ieder vervangen door een serieschakeling (een zg. cascode) van twee triodes, 2) de gemeenschappelijke katodeweerstand is vervangen door de triode *III*, en 3) de schakeling die de roosterspanning levert voor de triodes *Ib* en *IIb* (en die vergelijkbaar is met de batterij die in de pentodeversterker de schermroosterspanning levert), bestaat uit de triode *IV* in anodebasisschakeling. Deze trap heeft een zg. rejectiefactor van meer dan 10^4, d.w.z. de verandering van de *gemiddelde* potentiaal van g_1 en g_1' moet niet minder dan ruim $10^4\times$ zo groot zijn als het potentiaal*verschil* van g_1 en g_1' om een zelfde bijdrage tot het uitgangssignaal te leveren. De gemiddelde potentiaal $\frac{1}{2}(V_{g1} + V_{g1}')$ kan zich dus bewegen in een gebied dat groot is ten opzichte van dat waarin $V_{g1} - V_{g1}'$ zich beweegt, zonder dat dit in het uitgangssignaal te bemerken valt [8]).

De tweede trap van de versterker (in fig. 12*b* boven de streeplijn) is een eenvoudige triodeverschilversterker. De versterking van deze trap is regelbaar met de variabele weerstand R. De beide trappen zijn gekoppeld door middel van condensatoren van 2 μF, terwijl de roosterweerstanden van de buizen van de tweede trap 2,2 MΩ zijn.

De totale versterking van de versterkers A_1 t/m A_4 is ongeveer $5000\times$. De rejectiefactor ervan is vrijwel gelijk aan die van de eerste trap en dus zeer groot. De schakeling van deze versterkertrap biedt het voor de praktijk zeer belangrijke voordeel dat de eerder genoemde waarde van de rejectiefactor verkregen wordt zonder dat men uitgezochte buizen of weerstanden behoeft te gebruiken. Dank zij deze zeer grote rejectiefactor behoeft men bovendien geen hoge eisen aan de constantheid van de voedingsspanning te stellen.

---

[7]) De impedantie die aanwezig is tussen het inwendige van het lichaam (dat relatief goed geleidt) enerzijds en een elektrodeplaatje anderzijds, kan worden voorgesteld door de parallelschakeling van een weerstand R en een capaciteit C. Bij metingen, waarbij het plaatje op de huid was aangebracht met behulp van elektrodepasta — deze bevat steeds een elektrolyt en soms ook een hoornverwekend middel — en de huid goed geweekt was, vond men voor een plaatje van 9 cm²: $R = 2{,}5$ kΩ en $C = 0{,}3$ μF, en voor een plaatje van 36 cm²: 1,5 kΩ resp. 0,75 μF. Indien het plaatje minder zorgvuldig was aangebracht, bedroeg R soms enige tientallen kΩ. De weerstand van het inwendige van het lichaam bedroeg van pols tot pols 260 à 270 Ω.

[8]) Vgl. G. Klein, Rejection factor of difference amplifiers, Philips Res. Repts. **10**, 241-259, 1955.

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

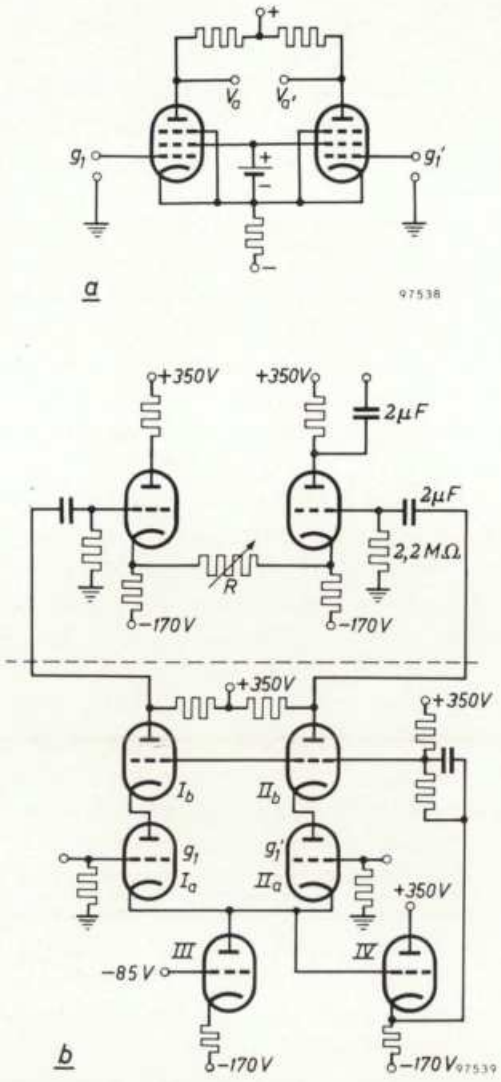


Fig. 12. *a*) Schema van een eenvoudige pentode-verschilversterker. Indien beide buizen en hun anodeweerstanden volkomen identiek zijn, is het uitgangssignaal ($V_a - V_a'$) evenredig met ($V_{g1} - V_{g1}'$) en onafhankelijk van $\frac{1}{2}(V_{g1} + V_{g1}')$.
b) Schema van de voorversterkers (A_1-A_4 in fig. 11). De eerste trap (onder de streeplijn) is afgeleid te denken uit de pentode-verschilversterker (*a*), waarin de pentodes vervangen zijn door cascodes (d.z. de in serie geschakelde triodes *Ia* en *Ib* resp. *IIa* en *IIb*), de katodeweerstand door de triode *III* en de batterij die de schermroosterspanning levert, door de schakeling van de buis *IV*. Laatstgenoemde schakeling zorgt ervoor dat de potentiaal van de roosters van de buizen *Ib* en *IIb* de potentiaalveranderingen van de katodes zo goed mogelijk volgt. Deze trap heeft, ook zonder dat men uitgezochte buizen en weerstanden gebruikt, een grote rejectiefactor. De tweede trap (boven de streeplijn) is een eenvoudige triode-verschilversterker, waarvan de versterking regelbaar is met de weerstand *R*.

We willen nog iets nader ingaan op de overwegingen die tot het ontwerp van de schakeling van de eerste trap hebben geleid.

Men kan berekenen dat de rejectiefactor van een verschilversterker van het type van fig. 12*a* groot gemaakt kan worden door buizen te kiezen waarvan de versterkingsfactor μ groot is, en door de gemeenschappelijke katodeweerstand zo groot te kiezen dat het produkt van deze weerstand en de steilheid van dezelfde orde van grootte wordt als μ. Welnu, de effectieve μ-waarde voor een cascode is gelijk aan het produkt der μ-waarden van de afzonderlijke buizen mits de potentiaal van de roosters van de „bovenste" buizen een constant bedrag verschilt van die van de katodes van de „onderste" (d.w.z. de potentiaalveranderingen daarvan volgt). Men kan met cascodes dus een zeer grote effectieve μ-waarde bereiken. Een hierbij passende grote effectieve waarde van de gemeenschappelijke katodeweerstand verkrijgt men door hiervoor een triode of eventueel weer een cascode te gebruiken. Op deze wijze is een effectieve waarde van 10 of 100 MΩ gemakkelijk te realiseren. Een uitvoerige beschouwing over dit alles vindt men in het aangehaalde artikel [8]).

De mengschakeling en de eindversterkers

De lineaire vergelijkingen die de componenten van de hartvector (in relatieve maat) uitdrukken in de spanningen die tussen de elektrodeparen optreden, zijn als volgt gekozen. Voor het systeem met drie afleidingen (vier elektrodes) luiden ze:

$$X = \quad 8B + 54L + 16F,$$
$$Y = -\ 6B - 10L + 26F,$$
$$Z = -40B + 12L - 26F,$$

en voor dat met vier afleidingen:

$$X = \quad 3B - \ 9W + 59L + 15F,$$
$$Y = -\ 2B + \ 8W - 11L + 26F,$$
$$Z = -13B + 51W - \ 2L - 27F.$$

waarin L, F, B en W de eerder genoemde potentiaalverschillen voorstellen. De juiste fracties van de signalen die de voorversterkers afleveren, worden, zoals reeds werd meegedeeld, verkregen door middel van potentiometerschakelingen. Met behulp van een aantal schakelaars (op één as) kan men overschakelen van de coëfficiënten van het ene stel vergelijkingen op die van het andere.

Alle signalen die in een zekere vergelijking een positieve coëfficiënt hebben, worden daarna toegevoerd aan een optelschakeling; die met negatieve coëfficiënt eveneens. Deze optelschakelingen bestaan uit een aantal (ten hoogste drie) triodes in anodebasisschakeling en met gemeenschappelijke anodeweerstand (*fig. 13a*). Daar voor het verkrijgen van één projectie niet meer dan twee sommaties tegelijk behoeven te worden uitgevoerd, zijn er slechts vier van dergelijke optelschakelingen nodig. (In ieder tweetal is er een waaraan een extrabuis is toegevoegd, waarvan het stuurrooster zich op aardpotentiaal bevindt en de katodeweerstand variabel is (fig. 13*b*); met behulp hiervan kan men de figuren op het oscillograafscherm verplaatsen.) Van ieder tweetal optelschakelingen levert er dus één de absolute waarde van de som der positieve, de andere die van de som der negatieve termen van de desbetreffende vergelijking. Een signaal dat evenredig is met het verschil van beide sommen, wordt verkregen door

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

deze toe te voeren aan een der eindversterkers. Deze zijn daartoe ook weer als verschilversterker ontworpen (*fig. 14*). De versterking van het verschilsignaal (max. 60×) kan continu ongeveer een factor 10 verkleind worden. Een grote rejectiefactor is hier niet nodig.

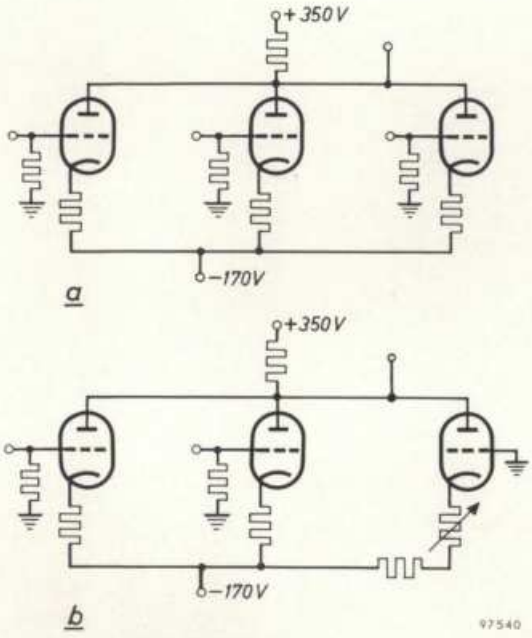


Fig. 13. *a*) Optelschakeling, met drie parallelgeschakelde triodes met gemeenschappelijke anodeweerstand en gelijke katodeweerstanden. De op te tellen signalen voert men toe aan de drie roosters, het somsignaal is evenredig met de variaties van de anodespanning. *b*) Soortgelijke schakeling waarin één triode met geaard rooster en variabele katodeweerstand. Men kan hiermee aan het somsignaal een constant bedrag toevoegen, d.w.z. de plaats van het beeld op het oscillograafscherm veranderen, zonder de vorm van de figuur die op het scherm verschijnt, te beïnvloeden.

De frequentiekarakteristiek van de gehele apparatuur wordt aan de zijde van de lage frequenties bepaald door die van de voorversterkers plus mengschakeling, en aan de zijde van de hoge frequenties door die van de eindversterkers. De benedengrens van het doorgelaten frequentiegebied wordt in hoofdzaak bepaald door de capaciteit van de condensator die de voorversterker koppelt aan de potentiometers van de mengschakeling, en door de weerstandswaarde van deze potentiometers (resp. 2 μF en 1,2 MΩ). De koppeling tussen de beide trappen van de voorversterkers heeft een nog grotere *RC*-waarde (2 μF×2,2 MΩ) en speelt een ondergeschikte rol. De frequentie waarbij de versterking tot 70% ($1/\sqrt{2}$) is afgenomen, is ongeveer $^1/_{12}$ Hz. De bovengrens van de frequentieband ligt bij ongeveer 100 Hz. De keus van deze bovengrens wordt enerzijds bepaald door de overweging dat een hogere grensfrequentie voor de cardiografie onnodig is, terwijl anderzijds het kiezen van een hogere waarde de invloed van stoorspanningen die van andere spieren afkomstig zijn, vergroot.

De bundelmodulator

De bundelmodulator bestaat, zoals gezegd, uit drie onderdelen: één dat de bundel periodiek onderbreekt, één dat de intensiteit doet variëren met de schrijfsnelheid, en één dat de mogelijkheid geeft om van een projectie slechts een deel zichtbaar te maken. De laatstgenoemde twee onderdelen hebben een

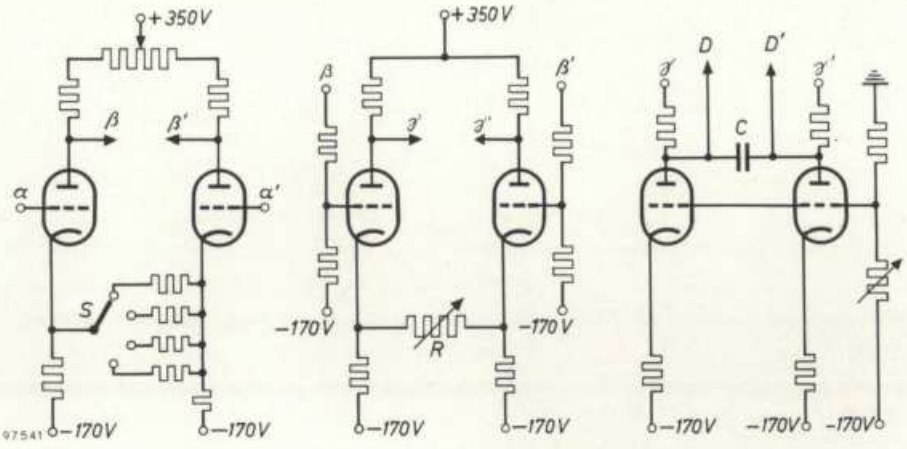


Fig. 14. Schema van de eindversterkers. De eerste trap (links) moet aan de tweede (midden) verbonden gedacht worden op de plaatsen β en β', de tweede met de uitgangsschakeling (rechts) op de plaatsen γ en γ'. Beide trappen zijn verschilversterkers. De ingangsklemmen van de eerste zijn de punten α en α'. De versterking is in vier stappen regelbaar met de schakelaar S (verhouding ongeveer 1 : 2 : 4 : 8) en continu met de variabele weerstand R. De uitgangsschakeling maakt het mogelijk, het uitgangssignaal van de tweede trap, dat optreedt op een plaats (γ, γ') waarvan de gemiddelde potentiaal ca. +230 V bedraagt, zonder vermindering van amplitude toe te voeren aan de afbuigplaten D, D', waarvan de gemiddelde potentiaal de aardpotentiaal is. De capaciteit C bepaalt samen met de anodeweerstanden van de uitgangsschakeling de bovengrens van het doorgelaten frequentiegebied.

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

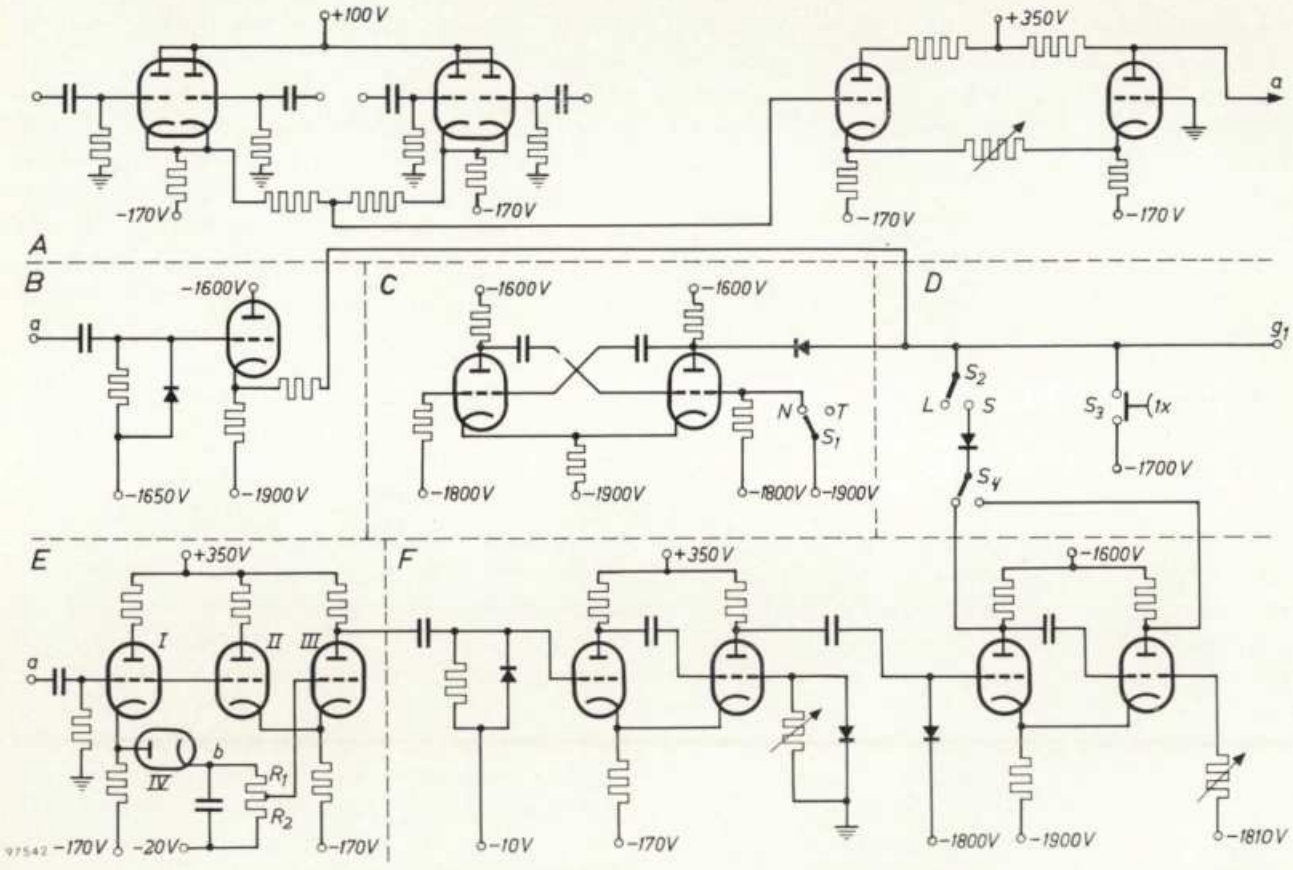


Fig. 15. Schema van de bundelmodulator, die a) de dikte van de bundel doet variëren met de schrijfsnelheid, b) het mogelijk maakt om een zeker deel van de figuur te onderdrukken, en c) de bundel periodiek onderbreekt. De schakelingen die de eerstgenoemde twee functies vervullen, hebben een gemeenschappelijk gedeelte (vak A), dat een signaal levert dat ongeveer evenredig is met de som van de absolute waarden van de horizontale en verticale componenten van de schrijfsnelheid (d.i., elektrisch gesproken, evenredig met de som van de afgeleiden — deze wordt verkregen door de aanwezigheid van de koppelcondensatoren — van de potentialen van de positieve van ieder paar afbuigplaten). Dit signaal wordt door de twee buizen die rechts in vak A zijn getekend, versterkt en dient dan als ingangssignaal zowel voor de schakeling in vak B als voor die in vak E. Eerstgenoemde doet niets anders dan het signaal toevoeren aan de uitgang van de bundelmodulator (g_1, vak D), d.w.z. aan het stuurrooster van de katodestraalbuis. De diode zorgt ervoor dat de roosterpotentiaal van de triode niet beneden de rustwaarde kan dalen. Deze schakeling vervult de onder a) genoemde functie. De schakeling in vak E levert éénmaal per hartslag een exciteerimpuls af aan de eerste univibrator [9]) van vak F, en wel op het ogenblik waarop het inkomende signaal het grootst is. De periode van beide univibrators (vak F) is instelbaar. De periode van de tweede bepaalt hoe lang de straal onderdrukt wordt (of doorgelaten, al naar de stand van S_4), die van de eerste univibrator bepaalt op welk ogenblik dit tijdsinterval begint. Met de schakelaar S_2 kan de verbinding met de uitgang verbroken worden. De schakeling in vak C, een multivibrator, levert de kanteelspanning die de elektronenbundel periodiek onderbreekt (functie c). De multivibrator genereert indien S_1 in de stand T staat. De diodes in vak C en vak D verbreken de verbinding met g_1 zodra de potentiaal van de uitgang van de desbetreffende schakelingen hoger wordt dan die welke de schakeling van vak B op g_1 teweegbrengt. Met de drukknop S_3 kan men de bundel met de hand onderdrukken.

gemeenschappelijk gedeelte. Een schema van het geheel vindt men in *fig. 15*. Het juistgenoemde gemeenschappelijke gedeelte vindt men in het vak boven de bovenste streeplijn (vak A). Het bestaat uit vier parallel geschakelde triodes met twee aan twee een gemeenschappelijke katode. De roosters van ieder tweetal zijn, via koppelcondensatoren van 1500 pF, verbonden met de uitgangen van de eindversterkers, d.w.z. ieder rooster is verbonden met één der vier afbuigplaten van de oscillograaf. Daar de potentiaalveranderingen van de platen van één paar steeds gelijk doch tegengesteld zijn, geldt dit ook voor de signalen die aan de roosters van de tot één paar behorende triodes worden toegevoerd. Laatstgenoemde signalen zijn ongeveer evenredig met de tijdsafgeleiden van de potentialen der afbuigplaten, d.w.z. ze zijn ongeveer evenredig met de horizontale resp. verticale component van de schrijfsnelheid van de lichtstip op het oscillograafscherm. Het negatieve signaal van ieder paar knijpt de desbetreffende buis snel dicht, het positieve bepaalt de stroom door de gemeenschappelijke katodeweerstand. Het uitgangssignaal van dit deel van de schakeling is derhalve ongeveer evenredig met de som van de absolute waarden van de horizontale en verticale component van de schrijfsnelheid van de lichtstip en varieert dus ongeveer op dezelfde wijze als deze snelheid. Door de schakeling die in B is geschetst, wordt dit (altijd positieve) signaal naar de uitgang (g_1, vak D), d.w.z. naar het

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

stuurrooster (de zg. Wehnelt-cilinder) van de katodestraalbuis geleid. De intensiteit van de elektronenbundel is dientengevolge bij een grote schrijfsnelheid in het algemeen groter dan bij een kleine, zodat de lijn overal ongeveer even dik is.

Direct met de uitgang verbonden is ook de schakeling die in vak *C* is geschetst. Dit is niets anders dan een multivibrator, die voor het periodieke onderbreken van de elektronenbundel zorgt en dus de tijdmerken levert. De multivibrator genereert niet — d.w.z. men verkrijgt een ononderbroken lijn — indien de schakelaar S_1 in de stand *N* staat. In het andere geval wordt de bundel 200× per seconde onderbroken.

De derde functie van de bundelmodulator, het onderdrukken van de bundel gedurende een zeker deel van de hartperiode, wordt vervuld door de schakeling die in de vakken *E* en *F* is getekend. In vak *F* ziet men twee univibrators met instelbare periode [9]). De periode van de meest rechtse bepaalt de lengte van het tijdsinterval gedurende hetwelk de elektronenbundel doorgelaten of onderdrukt wordt (al naar gelang van de stand van de schakelaar S_4). De periode van de andere bepaalt het tijdstip waarop het juistgenoemde tijdsinterval begint. Deze univibrator wordt gedurende iedere hartperiode op overeenkomende tijdstippen geëxciteerd door de schakeling die men in vak *E* ziet afgebeeld. Het signaal dat aan deze schakeling wordt toegevoerd, is het uitgangssignaal van de schakeling in vak *A* en is dus evenredig met de som van de absolute waarden van de beide componenten van de schrijfsnelheid van de lichtstip. Dit signaal bestaat voor iedere hartslag uit een aantal (steeds positieve) pieken, waarvan er één meestal aanzienlijk groter is dan de andere. Deze piek, waarvan de top samenvalt met het ogenblik waarop de schrijfsnelheid in de *QRS*-lus maximaal is, doet de diode *IV* geleidend worden, waardoor de potentiaal van het punt *b*, en dus ook (in een door de potentiometer R_1-R_2 bepaalde mate) die van het rooster van de buis *III*, stijgt. Dientengevolge gaat er door de buis *III* een vrij grote stroom vloeien en wordt de buis *II* dichtgeknepen. Door de zeer grote *RC*-tijd van het desbetreffende circuit (3,5 s) blijft deze situatie zo lang gehandhaafd dat géén der kleinere pieken die tijdens dezelfde hartslag op de juist genoemde grote piek volgen, noch die welke er gedurende de volgende hartslag aan voorafgaan, in staat zijn de diode *IV* of de buis *II* open te doen gaan. Slechts de grote piek van de volgende hartslag is daartoe in staat; alleen op het moment dat deze optreedt, geeft de schakeling dus een exciteerimpuls af aan de eerste univibrator van vak *F*.

Overige onderdelen

Ten slotte maken we nog enkele opmerkingen over de voedingsschakelingen, de katodestraalbuis en de ijkoscillator. Van de eerste der twee voedingsschakelingen zij slechts opgemerkt dat de uitgangsspanning ervan 520 V bedraagt, waarbij de ene klem zich op een potentiaal van —170 V bevindt en de andere op +350 V. Gestabiliseerd zijn de uitgangsspanning (520 V) en de potentiaal van de negatieve klem (—170 V). Een verandering van 10% in de netspanning verandert de uitgangsspanning met ca. 50 mV en de potentiaal van de negatieve klem met slechts ca. 3 mV. De schakeling levert niet alleen de anodespanning voor de diverse onderdelen van de vectorcardiograaf, maar ook de gloeistroom voor de buizen van de voorversterkers en voor een aantal buizen van de voedingsschakelingen. De gloeidraden van deze buizen (alle UCC 85; gloeistroom 100 mA) zijn daartoe in serie geschakeld.

De andere voedingsschakeling, die o.m. de spanning voor de katodestraalbuis levert, vindt men afgebeeld in *fig. 16*. Ook hier werd gebruik gemaakt

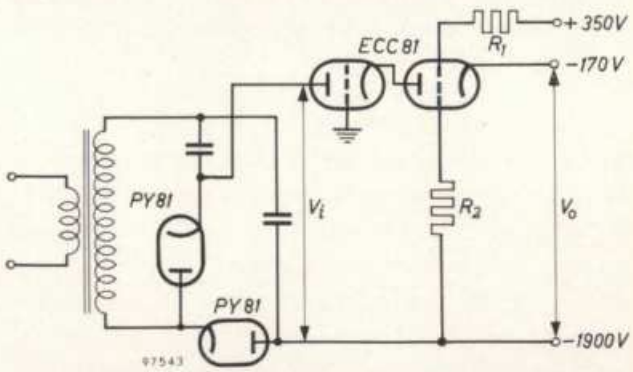


Fig. 16. De schakeling (vereenvoudigd) die de gestabiliseerde gelijkspanning levert voor de katodestraalbuis en voor enkele onderdelen van de bundelmodulator. Deze schakeling stabiliseert de uitgangsspanning V_0 zeer goed ten opzichte van variaties van de spanning V_i (d.w.z. van de netspanning), maar in mindere mate ten opzichte van variaties in de belasting. De verhoudingsfactor tussen de variaties in V_i en die in V_0 is voor deze schakeling $\mu R_1/(R_1 + R_2)$, waarin μ de effectieve waarde van de versterkingsfactor van de cascode is. Daar deze een waarde heeft van 3600 en $R_1/(R_1 + R_2) = \frac{1}{4}$ is, is deze factor dus 900. De gestabiliseerde roosterspanning voor de cascode wordt geleverd door de andere voedingsschakeling van de vectorcardiograaf (+350 V, —170 V). De spanning V_i wordt verkregen met een hoogspanningstransformator (secundaire spanning ca. 800 V_{eff}) en een de spanning verdubbelende gelijkrichtschakeling.

[9]) Een univibrator is een soort multivibratorschakeling die niet genereert maar één stabiele toestand vertoont. De schakeling wordt derhalve ook monostabiele multivibrator genoemd. Onder invloed van een exciteerimpuls van het juiste teken kan tijdelijk een toestand intreden waarbij de buis die stroom voerde, dicht is en de andere juist open, maar deze toestand is niet stabiel; na zekere tijd (de periode) keert de oorspronkelijke toestand weer terug. Het uitgangssignaal is een rechthoekige spanningsimpuls waarvan de duur gelijk is aan de juistgenoemde periode. Deze impuls wordt dus alleen afgegeven nadat een exciteerimpuls aan de schakeling is toegevoerd.

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

van de eigenschappen van in serie geschakelde triodes. Men kan deze schakeling, voor welker details naar het onderschrift van de figuur zij verwezen, echter slechts gebruiken in toepassingen waarbij de afgenomen stroom klein is en niet te sterk varieert.

De katodestraalbuis is van het type DP 13-2 en fluoresceert zowel blauw als geel-groen. De blauwe component licht kort na (dit is gunstig voor het verkrijgen van goede fotografische opnamen) en de geel-groene component licht lang na (dit is gunstig voor visuele waarneming).

De generator voor de ijkspanning levert een sinusvormig signaal van instelbare amplitude (max. ca. 1 V_{eff}) met een frequentie van 25 Hz. De vectorcardiograaf is zo ingericht dat men met de spanning die deze oscillator levert, niet alleen de versterkers controleert (op versterking en rejectiefactor beide), maar ook alle aansluitsnoeren. (Hieronder is dus óók het snoer begrepen waarmee de patiënt geaard wordt; zie onder.)

Onderdrukking van uitwendige storingen

De belangrijkste uitwendige storing waarmee men bij de cardiografie te maken heeft, is inductie uit het lichtnet (brom). Deze inductie heeft in de eerste plaats ten gevolge dat de potentiaal van het lichaam als geheel wisselt, en in de tweede plaats dat er potentiaalverschillen tussen de diverse punten van het lichaamsoppervlak optreden. Het eerstgenoemde gemiddelde potentiaalverschil van het lichaam en de aarde kan worden gereduceerd tot ten hoogste enkele mV, door de patiënt te aarden. (We denken hier aan een patiënt in een normale laboratorium- of ziekenhuiskamer, maar uiteraard niet aan een geval waarbij de patiënt zich dicht bij kabels bevindt die de netspanning voeren.) De beperkende factor is hier de weerstand van de huid, die, zoals reeds eerder werd vermeld, enige kΩ kan bedragen. In het beschreven apparaat wordt de patiënt geaard via het rechterbeen. Het ondanks de aarding overblijvende bromsignaal is niet hinderlijk dank zij de grote rejectiefactor van de voorversterkers. Het potentiaalverschil dat geïnduceerd wordt tussen de verschillende delen van het lichaam, bleek voor een aan het rechterbeen geaarde patiënt tussen de polsen 20 à 30 μV te bedragen en dus nog juist niet hinderlijk te zijn. Men kan derhalve met het beschreven apparaat een vectorcardiogram opnemen op iedere gewenste plaats zonder dat speciale voorzorgen noodzakelijk zijn.

De invloed van een tweede soort van uitwendige storingen: microfonisch effect door mechanische trillingen, wordt geëlimineerd doordat de voorversterkers verend zijn opgehangen.

Praktische betekenis van de vector-elektrocardiografie

Hoewel de vectorcardiografie zich ten dele nog in het stadium van wetenschappelijk onderzoek bevindt en nog niet algemeen wordt toegepast, heeft deze methode van hartonderzoek reeds bewezen van grote praktische waarde te kunnen zijn.

Een praktisch zeer belangrijke eigenschap van het vector-elektrocardiogram is, dat de vorm ervan op vrij eenvoudige wijze gecorreleerd is met de anatomie van het menselijke hart. Dit betekent dat men een vector-elektrocardiogram vrij gemakkelijk kan leren interpreteren. Voor het interpreteren van de resultaten van een gewoon elektrocardiografisch onderzoek daarentegen dient men een groot aantal patronen in het hoofd te hebben, waarvan het verband met de anatomie bovendien geenszins voor de hand ligt. De ervaring heeft geleerd dat een medicus die de vector-elektrocardiografie heeft beoefend en daarna de gewone elektrocardiografie gaat bestuderen, laatstgenoemd verband sneller leert zien en het juist interpreteren van elektrocardiogrammen sneller aanleert dan een ander; de vector-elektrocardiografie heeft dus ongetwijfeld ook didactische waarde. Bij sommige pathologische gevallen is het elektrische verschijnsel zo grillig dat de gewone elektrocardiogrammen niet meer te interpreteren zijn. Het vector-elektrocardiogram brengt dan dikwijls uitkomst. In verband met de eenvoud van interpretatie zij ook nog opgemerkt dat het herkennen van gestalten voor de mens eenvoudiger is dan het lezen van grafieken.

Een belangrijk gegeven, dat men uit een vector-elektrocardiogram direct kan afleiden, is de draaizin van de hartvector. Weliswaar is deze in principe ook uit gewone elektrocardiogrammen af te leiden, maar alleen indien men nagaat op welke tijdstippen overeenkomende toppen aan de diverse afleidingen optreden (vgl. fig. 9).

Door de eenvoud van interpretatie en gezien het redelijk grote percentage gevallen waarin de hartvector nagenoeg juist wordt geregistreerd, is de vectorcardiografie ook in de huidige vorm reeds bruikbaar als routinemethode en wordt te Eindhoven als zodanig toegepast.

Daar de vector-elektrocardiografie het hart als het ware van verre bekijkt en geen informatie levert over een bepaald klein gedeelte ervan, is het niet te verwachten dat de vector-elektrocardiografie de gewone elektrocardiografie (die wèl „detailopnamen" levert) ooit geheel zal verdringen. Beide

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

methodes zullen elkaar aanvullen, in dien zin dus dat de vector-elektrocardiografie de plaats en aard van een afwijking eenvoudig kan doen vinden, terwijl bij een diepgaand onderzoek de gewone elektrocardiografie de noodzakelijke detailinformatie zal blijven leveren.

Samenvatting. De elektrische werking van een zich contraherende spiervezel is gelijk aan die van een dipool en kan worden voorgesteld door een vector. Hetzelfde geldt voor een gehele spier, zoals b.v. het hart, voor zover men de elektrische verschijnselen waarneemt op grote afstand van de bron. Tijdens de hartslag verandert de hartvector van grootte en van richting. Daar het menselijk lichaam een geleider is, kan deze elektrische werking van het hart zich manifesteren in de vorm van potentiaalverschillen tussen de diverse punten van het lichaamsoppervlak, welke potentiaalverschillen sterk met de tijd variëren. (Registratie hiervan levert de gewone elektrocardiogrammen.) Door op ten minste vier plaatsen elektrodes aan te leggen en de onafhankelijke potentiaalverschillen op de juiste wijze te combineren — het verband tussen de componenten van de hartvector en ieder dezer potentiaalverschillen is lineair — kan men de ruimtekromme vinden die het verloop van de hartvector met de tijd weergeeft (het zg. vector-elektrocardiogram). In de beschreven vector-elektrocardiograaf worden steeds twee van de drie onderling loodrechte componenten van de hartvector uit de genoemde potentiaalverschillen „berekend" en daarmee evenredige elektrische spanningen toegevoerd aan de horizontale resp. verticale afbuigplaten van een katodestraaloscillograaf. Men registreert aldus achtereenvolgens de frontale, horizontale en sagittale projectie van het vectorcardiogram. Door de elektronenbundel periodiek te onderbreken verkrijgt men tijdmerken; door de registratie op zeker ogenblik af te breken, vindt men in welke richting de kromme doorlopen wordt. Door het gebruik van verschilversterkers met grote rejectiefactor is het apparaat zeer ongevoelig voor die uitwendige storingen welke de potentiaal der elektrodes gelijkelijk doen veranderen (brom). Daar de vorm van het vectorcardiogram vrij eenvoudig gecorreleerd kan worden met de anatomie van het hart, kan men de interpretatie ervan gemakkelijk leren. Ook in de huidige vorm is de vectorcardiografie daardoor reeds bruikbaar als didactisch hulpmiddel en als routinemethode. Ook kan men de betekenis van sommige details van een gewoon elektrocardiogram soms pas volledig begrijpen door het te vergelijken met een vector-elektrocardiogram. Uit de aard van de methode kan men concluderen dat de vector-elektrocardiografie de gewone elektrocardiografie in de toekomst zal kunnen aanvullen, maar niet vervangen.

OVERZICHT VAN RECENTE WETENSCHAPPELIJKE PUBLIKATIES DER N.V. PHILIPS' GLOEILAMPENFABRIEKEN

Van deze publikaties, voor zover niet met een sterretje * gemerkt, verstrekt de Administratie van Philips' Natuurkundig Laboratorium, Eindhoven, op aanvraag overdrukken.

2589: M. P. Rappoldt, J. A. Keverling Buisman en E. Havinga: Studies on vitamin-D and related compounds, VIII. The photo-isomerisations of provitamin-D and its irradiation products (Rec. Trav. chim. Pays-Bas **77**, 327-330, 1958, no. 4).

Bij het onderzoek van de fotochemische reacties van met vitamine D verwante stoffen, leverden kinetische onderzoekingen en metingen van quantumrendementen resultaten die niet kunnen worden verklaard op basis van het eenvoudigst denkbare mechanisme voor de fotochemische wisselwerking tussen provitamine D en de isomeren hiervan. Men moet aannemen dat er op zijn minst twee tussenstadia optreden, waarbij stoffen worden gevormd die later weer ontleden. Nadere experimenten zullen moeten uitmaken welk van twee mogelijke, meer gecompliceerde, reactieschema's het juiste is.

2590: W. Haidinger: Ein Beitrag zur Kenntnis der brennflecklosen Bogenentladung (Z. Physik **151**, 106-113, 1958, no. 2).

Bij een gasontlading met korte boog in xenon van hoge druk is de ontlading bij de katode geconcentreerd op een zg. brandvlek. Bij zeer grote stromen (hoge katodetemperatuur) slaat deze vorm van ontlading echter om in een vorm waarbij de ontlading vrijwel de gehele katode bedekt. De auteur toont aan dat deze omslag beïnvloed wordt door de vorm en het elektronenemitterende vermogen van de katode. Hij construeerde een katode waarbij, onder overigens onveranderde omstandigheden, de stroom waarbij de omslag optreedt ca. 40% kleiner is dan bij gebruik van een normale katode. Voorziet men deze nieuwe katode van stoffen die gemakkelijk elektronen emitteren, dan is de omslagstroom zelfs 85% kleiner. Bij de ontladingsvorm zonder brandvlek werd, bij wisselstroombogen met kleine stroom (lage katodetemperatuur), een herontsteekspanningspiek waargenomen. In normale gevallen treedt een dergelijke piek niet op.

2591: J. Hornstra: Dislocations in the diamond lattice (Phys. Chem. Solids **5**, 129-141, 1958, no. 1/2).

De auteur bespreekt verschillende eenvoudige en meer gecompliceerde vormen van dislocaties die in het diamantrooster kunnen voorkomen. Hij wijdt speciaal aandacht aan het optreden van vrije bindingen (ongepaarde elektronen) in het hart van de dislocaties en in de zg. treden (Eng. „jogs"): randdislocaties b.v. kunnen voorkomen met, maar

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

ook zonder vrije bindingen. Treden zijn zowel bronnen van interstitiële atomen en vacatures als putten hiervoor; een complicatie hierbij is dat in het diamantrooster twee soorten roosterplaatsen voorkomen. De meest waarschijnlijke vormen van partiële dislocaties en de wijze waarop deze uit eenvoudige dislocaties kunnen ontstaan, worden besproken. In de laatste paragraaf wordt iets gezegd over het optreden van partiële dislocaties bij tweelingvlakken en bij lijnvormige roosterstoringen waarvan de Burgers-vector nul is. Deze soort roosterstoringen kan voorkomen aan het einde van een tweelinglamel.

2592: J. H. Spaa: A beam-scanned rotating heavy-ice target for high loads (J. sci. Instr. **35**, 175-178, 1958, no. 5).

Van de verschillende stoffen die bij beschieting met deuteriumionen volgens de D(d,n)^{3}He-reactie neutronen opleveren, blijkt zwaar ijs wel het meest geschikt als men een opbrengst van ca. 10^{10} neutronen per sec verlangt. De auteur beschrijft de constructie van een trefplaat van zwaar ijs voor dit doel. Opdat de trefplaat de energiedissipatie als gevolg van de beschieting kan verwerken, blijkt het nodig deze plaat te laten roteren, terwijl men bovendien de bundel deuteriumionen, door afbuiging in twee onderling loodrechte richtingen, een zeker patroon op de trefplaat laat beschrijven. Zie ook Philips techn. T. **17**, 159-161, 1955.

2593: F. A. Kröger en H. J. Vink: Relations between the concentrations of imperfections in solids (Phys. Chem. Solids **5**, 208-223, 1958, no. 3).

Kristallen die onvolkomenheden vertonen in hun periodieke structuur (vrije elektronen, gaten, vacatures, interstitiële atomen, vreemde atomen enz.), gedragen zich, statistisch gezien, als vloeistoffen waarin de onvolkomenheden zijn opgelost. Toepassing van de wet der massawerking op de reacties tussen de onvolkomenheden onderling, tussen de onvolkomenheden en het kristal zelf en tussen het kristal en eventueel aanwezige andere fazen (b.v. een omgevingsatmosfeer van bepaalde samenstelling), leidt tot het inzicht dat de concentraties van de verschillende onvolkomenheden onderling samenhangen doordat sommige reacties gemeenschappelijke partners hebben. Er wordt een grafische methode beschreven waarbij men deze onderlinge afhankelijkheid in rekening kan brengen. Het blijkt dat onvolkomenheden met effectieve elektrische ladingen van tegengesteld teken de neiging hebben elkaars concentraties te verhogen. De wijze waarop vreemde atomen zijn opgenomen, hangt zowel af van de energieniveaus die zij zelf veroorzaken als van de andere onvolkomenheden die in het kristal voorkomen. In kristallen die slechts één soort atomen bevatten, kan men het opnemen van vreemde atomen slechts beïnvloeden door middel van de temperatuur; heeft men met een verbinding te maken, dan is er nog een tweede middel, nl. de regeling van de partiële drukken van de componenten van het basiskristal in de omgevingsatmosfeer. Bewezen wordt dat de geldigheid der afgeleide betrekkingen niet afhangt van de typen der betrokken chemische bindingen.

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!